Разница между системой координат и системой отсчета

Система отсчета в пространстве-времени – это множество мировых линий наблюдателей. Для задания этого множества используют систему координат, кратко – координаты. Тогда отдельный наблюдатель получается при указании конкретных значения трех координат x^i; временная координата x^0 остается свободной. Система отсчета не изменится, если наблюдателей перенумеровать, введя новые пространственные координаты: $X^k(x^i)$. При этом временные координаты событий можно изменить как угодно, $X^0(x^i, x^0)$, это не изменит систему отсчета.

Таким образом, систему отсчета образует класс эквивалентности координат, связанных преобразованиями

$$x^0(X^0, X^k), \;\; x^i(X^k). \tag{1}$$

Преобразование координат общего типа,

$$x^0(X^0, X^k), \;\; x^i(X^0, X^k). \tag{2}$$

изменяет систему отсчета.

Примеры

1) Псевдо декартовы координаты

$$t, x, y, z \quad \text{с метрикой } ds^2 = c^2dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2, \tag{3}$$

задающие некоторую инерциальную систему отсчета, заменяем на полярные координаты преобразованием типа (1)

$$x = r\cos\varphi, \; y = r\sin\varphi \tag{4}$$

Получаем **ту же** (инерциальную) систему отсчета в других координатах

$$t, r, \varphi, z \quad \text{с метрикой } ds^2 = c^2dt^2 - dr^2 - r^2d\varphi^2 - dz^2. \tag{5}$$

2) Те же псевдо декартовы координаты (3)

$$t, x, y, z \text{ с метрикой } ds^2 = c^2dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2,$$

задающие инерциальную систему отсчета, подвергаем преобразованиям Галилея, которые принадлежат к типу (2)

$$t = T, \, x = X + vT, \; y = Y. \, z = Z. \tag{6}$$

Получаем **другую** (инерциальную) систему отсчета в координатах

$$T, X, Y, Z \quad \text{с метрикой } ds^2 = (c^2 - v^2)dT^2 - 2vdTdX - dX^2 - dY^2 - dZ^2 \tag{7}$$

3) Полярные координаты (5)

$$t, r, \varphi, z \quad \text{с метрикой } ds^2 = c^2dt^2 - dr^2 - r^2d\varphi^2 - dz^2$$

некоторой инерциальной системы отсчета подвергаем вращению, т.е. преобразованию типа (2):

$$t = t', \;\; \varphi = \varphi' + \Omega t', \, r = r', \, z = z'. \tag{8}$$

Получаем **другую** (неинерциальную) систему отсчета в координатах

$$t', r', \varphi', z' \quad \text{с метрикой } ds^2 = (c^2 - \Omega^2 r'^2)dt'^2 - 2\Omega r'^2 dt'dr' - dr'^2 - r'^2 d\varphi'^2 - dz'^2. \tag{9}$$

Существенно, что координаты (7) можно превратить в псевдо декартовы координаты с помошью преобразования типа (1), то есть в рамках одной и той же системы отсчета. Это подтверждает инерциальность описываемой ими системы отсчета, отличающейся однако от системы отсчета (3). Действительно, преобразование

$$T = (\tau + v\xi)/\sqrt{c^2 - v^2}, \;\; X = \xi\sqrt{c^2 - v^2} \tag{10}$$

дает кординаты

$$\tau, \xi, Y, Z \quad \text{с метрикой } ds^2 = c^2d\tau^2 - d\xi^2 - dY^2 - dZ^2. \tag{11}$$

Однако не существует преобразований типа (1), преобразующих координаты (9) в псевдо декартовы координаты. В этом проявляется разница между преобразованиями Галилея (6) и преобразованиями (8) к (неинерциальной) вращающейся системе отсчета, хотя преобразования координат (6) и (8) внешне очень схожи.

Р.И. Храпко 21.05.2016