

Использование канонического тензора спина

Р. И. Храпко*

Московский авиационный институт, Москва, 125993

Продемонстрировано, что диэлектрик, поглощающий плоскую электромагнитную волну круговой поляризации, поглощает, вместе с энергией этой волны, также момент импульса, поступающий с такой волной, согласно выражению для канонического тензора спина. Приведенные расчеты показывают, что спин является таким же неотъемлемым свойством плоской электромагнитной волны круговой поляризации, как энергия. Признавая наличие в такой волне фотонов с энергией и спином, странно отрицать наличие в ней спина, как это делается в современной электродинамике

Ключевые слова: круговая поляризация, плоская волна, тензор спина
PACS 75.10.Hk

1. Введение

Пусть плоская монохроматическая электромагнитная волна круговой поляризации

$$\vec{E}_1 = E_1(\mathbf{x} + iy) \exp(ikz - i\omega t) \text{ [V/m]}, \quad \vec{H}_1 = -i\epsilon_0 c \vec{E}_1 \text{ [A/m]}, \quad ck = \omega \quad (1.1)$$

падает нормально на плоскую поверхность диэлектрика с потерями, который характеризуется комплексной диэлектрической постоянной $\check{\epsilon}$ (мы отмечаем комплексные числа и вектора знаком *breve*). Как известно, отраженная и прошедшая волны выражаются в этом случае формулами

$$\vec{E}_2 = \check{E}_2(\mathbf{x} + iy) \exp(-ikz - i\omega t), \quad \vec{H}_2 = i\epsilon_0 c \check{E}_2, \quad \check{E}_2 = \frac{1 - \check{k}}{1 + \check{k}} E_1, \quad \check{k} = \sqrt{\check{\epsilon}} = k' + ik'' \quad (1.2)$$

$$\vec{E}_3 = \check{E}_3(\mathbf{x} + iy) \exp(ik\check{k}z - i\omega t), \quad \vec{H}_3 = -i\epsilon_0 c \check{k} \check{E}_3, \quad \check{E}_3 = \frac{2}{1 + \check{k}} E_1 \quad (1.3)$$

(\check{k} обозначает комплексный коэффициент преломления). Плотность потока массы-энергии, которая падает на поверхность диэлектрика и затем поглощается в нём, то есть результирующий вектор Пойнтинга Π , можно подсчитать, учитывая, что падающая и отраженная волны не интерферируют между собой, а потому следует просто вычесть из плотности энергии падающего потока плотность энергии отраженного потока.

$$\Pi = \Pi_1 - \Pi_2 = \epsilon_0 c E_1^2 - \epsilon_0 c |\check{E}_2|^2 = \epsilon_0 c E_1^2 \left(1 - \left| \frac{1 - \check{k}}{1 + \check{k}} \right|^2 \right) = \epsilon_0 c E_1^2 \frac{4k'}{(1 + k')^2 + k''^2} \left[\frac{\text{J}}{\text{m}^2 \text{s}} \right]. \quad (1.4)$$

2. Поглощение энергии и момента импульса в диэлектрике

Плотность потока энергии, входящей в диэлектрик, (1.4), можно подсчитать, используя выражение (1.3) для волны, вошедшей в диэлектрик. Механизм поглощения энергии хорошо объяснил Фейнман [1]: вращающееся электрическое поле $\vec{E}_3 = \check{E}_3(\mathbf{x} + iy) \exp(-i\omega t)$ оказывает

* Email: khrapko_ri@hotmail.com, <http://khrapkori.wmsite.ru>

момент силы $\tau = \check{\mathbf{p}} \times \check{\mathbf{E}}_3$ на вращающиеся дипольные моменты \mathbf{p} молекул поляризованного диэлектрика. Объемная плотность мощности, совершаемой при этом работы, имеет выражение

$$w = |\check{\mathbf{P}} \times \check{\mathbf{E}}_3| \omega \text{ [W/m}^3\text{]}, \quad \check{\mathbf{P}} = (\check{\epsilon} - 1) \epsilon_0 \check{\mathbf{E}}_3, \quad \check{\epsilon} = \check{k}^2 = k'^2 - k''^2 + 2ik'k'', \quad (2.1)$$

$\check{\mathbf{P}}$ есть вектор поляризации диэлектрика. Вычисление даёт

$$w = \frac{\omega}{2} \Re\{\check{P}_x \check{E}_{3y} - \check{P}_y \check{E}_{3x}\} = \frac{\omega \epsilon_0}{2} \Re\{(\check{\epsilon} - 1)(\check{E}_{3x} \check{E}_{3y} - \check{E}_{3y} \check{E}_{3x})\} = \frac{\omega \epsilon_0}{2} \exp(-2kk''z) \Re\{(\check{\epsilon} - 1)(-i - i)\} |\check{E}_3|^2$$

$$= \omega \epsilon_0 \exp(-2kk''z) \Im(\check{\epsilon} - 1) |\check{E}_3|^2 = \omega \epsilon_0 \exp(-2kk''z) 2k'k'' |\check{E}_3|^2. \quad (2.2)$$

Плотность потока энергии, приходящей на поверхность диэлектрика со стороны волн, находится интегрированием объемной плотности мощности по z :

$$\Pi = \int_0^\infty w dz = \omega \epsilon_0 \int_0^\infty \exp(-2kk''z) 2k'k'' |\check{E}_3|^2 dz = \omega \epsilon_0 \frac{k'}{k} |\check{E}_3|^2 = \epsilon_0 c E_1^2 \frac{4k'}{(1+k')^2 + k''^2}. \quad (2.3)$$

Это выражение совпадает с (1.4).

Следует осознавать, что объемная плотность момента силы¹ $\tau_\sim = \check{\mathbf{P}} \times \check{\mathbf{E}}_3$, поставляющая энергию внутрь диэлектрика вследствие вращения диполей, одновременно является объемной плотностью потока момента импульса внутрь диэлектрика. Эта объемная плотность момента силы $\check{\mathbf{P}} \times \check{\mathbf{E}}_3$ вызывает в диэлектрике специфические механические напряжения [2]. А в качестве объемной плотности потока момента импульса, она, будучи проинтегрирована по z , дает плотность потока момента импульса, поступающего на поверхность диэлектрика со стороны электромагнитных волн:

$$Y = \int_0^\infty |\check{\mathbf{P}} \times \check{\mathbf{E}}_3| dz = \frac{1}{\omega} \int_0^\infty w dz = \frac{\Pi}{\omega} = \frac{\epsilon_0 c E_1^2}{\omega} \frac{4k'}{(1+k')^2 + k''^2} \left[\frac{\text{Js}}{\text{m}^2 \text{s}} \right]. \quad (2.4)$$

Результаты этого раздела были впервые опубликованы в статье [3].

Наша задача заключается теперь в том, чтобы убедиться в наличии плотности потока момента импульса (2.4) в электромагнитных волнах (1.1), (1.2),

3. Подсчет плотности потока момента импульса в электромагнитных волнах

Судя по тому, что в толще диэлектрика под каждым квадратным метром поверхности диэлектрика поглощается в секунду момент импульса (2.4), можно заключить, что он приносится к поверхности волнами (1.1), (1.2). В качестве инструмента для подсчета плотности этого приносимого потока момента импульса естественно использовать канонический тензор спина [4-8]

$$Y^{\lambda\mu\nu} = -2A^{[\lambda} F^{\mu\nu]}, \quad (3.1)$$

здесь $F^{\mu\nu}$ есть тензор электромагнитного поля, а A^λ есть векторный магнитный потенциал. Плотность потока момента импульса, направленная на поверхность xy вдоль оси z , дается компонентой

$$Y^{xyz} = -2A^{[x} F^{y]z} = A_x H_x + A_y H_y \text{ [J/m}^2\text{]}. \quad (3.2)$$

Отметим, что опускание пространственного индекса у векторного потенциала связано с изменением знака, ввиду сигнатуры метрики.

Так как для монохроматического поля $A_k = -\int E_k dt = -iE_k / \omega$, плотность (3.2) можно выразить через электромагнитное поле:

$$Y^{xyz} = (-iE_x H_x - iE_y H_y) / \omega. \quad (3.3)$$

В нашем случае для падающей и отраженной волн будем иметь, аналогично (1.4),

¹ Индексом тильда мы отмечаем псевдоплотности, каковой является объемная плотность момента силы τ_\sim . в отличие от момента силы τ .

$$\begin{aligned}
Y^{xyz} &= \Re\{-iE_{1x}\bar{H}_{1x} - iE_{1y}\bar{H}_{1y} - i\check{E}_{2x}\bar{H}_{2x} - i\check{E}_{2y}\bar{H}_{2y}\} / 2\omega \\
&= \frac{\epsilon_0 c}{\omega} \left(E_1^2 - |\check{E}_2|^2 \right) = \frac{\epsilon_0 c E_1^2}{\omega} \frac{4k'}{(1+k')^2 + k'^2}.
\end{aligned}
\tag{3.4}$$

Выражения (2.4) и(3.4) совпадают. Этот результат также был предствлен в статье [3]. Наблюдаемое равенство $Y = \Pi/\omega$ есть следствие соотношения между спином фотона \hbar и его энергией $\hbar\omega$

4. Заключение

Приведенные расчеты показывают, что спин является таким же неотъемлемым свойством плоской электромагнитной волны круговой поляризации, как энергия. Признавая наличие в такой волне фотонов с энергией и спином, странно отрицать наличие в ней спина, как это делается в современной электродинамике.

Я бесконечно благодарен профессору Роберту Ромеру, отважно опубликовавшему мой вопрос: "Действительно ли плоская волна не несет спин?" [9]

Список литературы

1. Фейнман Р. et al. *Фейнмановские лекции по физике* 8, 9, (М.: Мир, 1978)
2. Khrapko R.I. "Mechanical stresses produced by a light beam" *J. Modern Optics*, 55, 1487-1500 (2008) <http://khrapkori.wmsite.ru/ftpgetfile.php?id=9&module=files>
3. Храпко Р.И. "Поглощение света в диэлектрике" <http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=34422> (2003). Английский перевод: <http://khrapkori.wmsite.ru/ftpgetfile.php?id=116&module=files>
4. Боголюбов Н. Н. и Ширков Д. В. *Введение в теорию квантованных полей* М.: ГИТТЛ, 1957, с.24
5. Боголюбов Н. Н. и Ширков Д. В. *Квантовые поля* М.: Наука, 1993, с. 40
6. Corson E M *Introduction to tensors, spinors, and reativistic wave-equation* NY, Hafner, 1953 p.71
7. Soper D. E., *Classical Field Theory* (N.Y.: Dover, 2008), p. 114
8. Соколов А А *Введение в квантовую электродинамику* М, ГИФМЛ 1958, с. 50
9. Khrapko R I "Does plane wave not carry a spin?" *Amer. J. Phys.* 69, 405 (2001) <http://khrapkori.wmsite.ru/ftpgetfile.php?id=10&module=files>

История отказов

We have reviewed your submission, "The use of the electrodynamics canonical spin tensor," (our manuscript #29284) and determined that it is not appropriate for publication in the **American Journal of Physics**. Sincerely, David P. Jackson, Daniel V. Schroeder.

"The use of the electrodynamics canonical spin tensor": **EJP**-102477 To be publishable in this journal, articles must be of high quality and scientific interest, and be recognised as an important contribution to the literature. Your Paper has been assessed and has been found not to meet these criteria. Yours sincerely Dr Ben Sheard, Kit Durant, Lucy Joy

G37916 Title: The use of the electrodynamics canonical spin tensor. Dear Professor Khrapko, unfortunately we cannot accept your submission in regard to your past behaviour. Best regards, The **EPL** Editorial Office.

JPhysA-107274: "The use of the electrodynamics canonical spin tensor". We did not believe that your paper met our editorial criteria and it was therefore rejected without further review. Yours sincerely, Sarah Whitehouse, Eimear O'Callaghan, Phil Brown, Thomas Farrell, Kayleigh Parsons, Lucy

"The use of the electrodynamics canonical spin tensor": **JPHYSB**-103441. To be publishable in this journal, articles must be of high quality and scientific interest, and be recognised as an important contribution to the literature. Your Paper has been assessed and has been found not to meet these criteria. Yours sincerely Thomas Farrell, Emma Chorlton, Miriam Howland, Lara Covill, Isabelle Auffret-Babak, Charlotte Potter

Глубокоуважаемый Радий Игоревич! Бюро редколлегии **ЖЭТФ** рассмотрело Вашу статью "Использование канонического тензора спина". Редколлегия признала, что по своему содержанию статья носит методический характер и потому ее публикация в ЖЭТФ нецелесообразна. С уважением, Редакция ЖЭТФ

Мой ответ редакции ЖЭТФ

Когда получаешь такое решение редакции, трудно сообразить, коррупция это или функциональная неграмотность коллектива журнала. Ведь, назвав статью методической, академик А.Ф. Андреев тем самым признал справедливость вычислений и вывода статьи. Однако вывод статьи – **плоская волна несет спин** – противоречит утверждениям истеблишмента и учебникам. Так уж, какая тут "методика"!

Напоминаю стандартные высказывания физиков по поводу спина плоской волны:

Heitler W ["The Quantum Theory of Radiation" (Oxford: Clarendon, 1954) p. 401]:

"A plane wave travelling in z-direction and with infinite extension in the xy-directions can have no angular momentum about the z-axis, because S is in the z-direction and $(r \times S)_z = 0$ ".

Allen L., M. J. Padgett, ["Response to Question #79. Does a plane wave carry spin angular momentum?" Am. J. Phys. 70, 567 (2002)]:

"For a plane wave there is no (radial intensity) gradient and the spin density is zero"

Simmonds J. W., M. J. Guttman, States, Waves and Photons [Addison-Wesley, Reading, MA, 1970]:

"The skin region (of a beam) is the only in which the z-component of angular momentum does not vanish"

На самом деле, статья как раз вводит классический спин в максвелловскую электродинамику.

Надо отметить, что ЖЭТФ находится под покровительством Общества научных работников.

Форум ОНР onr-russia.ru блокирует критиков ЖЭТФ

См. "Защитите от произвола ЖЭТФ" <http://khrapko-ri.livejournal.com/16225.html>