

ЛОКАЛИЗАЦИЯ ЭНЕРГИИ-ИМПУЛЬСА И СПИН

ХРАПКО Р.И.¹

¹ Московский авиационный институт, 125993, Москва
Тип: статья в журнале - научная статья Язык: русский

Номер: 10 Год: 2002 Страницы: 35-39

Цит. в РИНЦ®: 9

УДК: 539.12

ЖУРНАЛ:

ВЕСТНИК РОССИЙСКОГО УНИВЕРСИТЕТА ДРУЖБЫ НАРОДОВ. СЕРИЯ: МАТЕМАТИКА,
ИНФОРМАТИКА, ФИЗИКА

Издательство: Российский университет дружбы народов (Москва)

АННОТАЦИЯ:

Критикуются представления о неоднозначности тензора энергии-импульса и о нелокализуемости энергии, которые помешали заметить классический спин электродинамики.

ОПИСАНИЕ НА АНГЛИЙСКОМ ЯЗЫКЕ:

Energy-momentum Localization and Spin

Khrapko R.I.¹

¹ Moscow Aviation Institute, 125993, Moscow, Russia

The standard idea of no localization of energy-momentum is criticized. Theorists did not catch sight of the classical spin because of ignoring localization of energy-momentum and due to the concept of the ambiguity of an energy-momentum tensor.

Локализация энергии-импульса и спин

Р. И. Храпко

Московский авиационный институт, 125993, Москва.

Аннотация

Критикуются представления о неоднозначности тензора энергии-импульса и о нелокализуемости энергии, которые помешали заметить классический спин электродинамики.

1 Локализованы или нет энергия и импульс?

В литературе распространено мнение, что “физическим смыслом обладает лишь интегральный поток вектора Пойнтинга сквозь замкнутую поверхность, но не вектор Пойнтинга сам по себе” [1]. Это мнение восходит к лекциям Мандельштама [2] (мы будем использовать систему единиц Хевисайда и положим скорость света $c = 1$):

Локализация потока энергии приводит к парадоксам, потому что из теоремы Пойнтинга выводят то, чего в ней не содержится, незаконно применяют соотношение, установленное для замкнутой поверхности, к отдельной площадке. Известный пример такого парадокса - комбинация непараллельных электрического и магнитного статических полей. Здесь $\mathbf{S} = [\mathbf{E}, \mathbf{H}] \neq 0$, поток же вектора \mathbf{S} через замкнутую поверхность, конечно, нуль. В связи с этим говорят, что к статическим полям рассуждения с вектором Пойнтинга неприменимы, либо же, что в статических полях электромагнитная энергия циркулирует по замкнутым кривым. Против первого утвержде-

ния можно возразить, что статическое поле - предельный случай переменного. Второе утверждение физически бессмысленно - энергия циркулирует, и это ни на чем не сказывается.

Отказ от локализации энергии-импульса, по сути, присутствует и в книге [3]. (Во всех цитатах будут использованы единые обозначения: $\alpha, \beta, \dots = 0, 1, 2, 3$; $i, j, k, \dots = 1, 2, 3$; da_i или $da_{\mu\nu}$ - элемент 2-поверхности, dV_α - элемент гиперповерхности или объема)

Необходимо заметить, что определение тензора энергии-импульса $T^{\alpha\beta}$ по существу не однозначно. Действительно, если $T^{\alpha\beta}$ - тензор, определенный согласно

$$T^\alpha_\beta = q_{,\alpha} \partial \Lambda / \partial q_{,\beta} - \delta^\alpha_\beta \Lambda, \quad (32.3)$$

то и всякий другой тензор вида

$$T^{\alpha\beta} + \partial \psi^{\alpha\beta\gamma} / \partial x^\gamma, \quad \psi^{\alpha\beta\gamma} = -\psi^{\alpha\gamma\beta} \quad (32.7)$$

удовлетворяет уравнению сохранения

$$\partial T^{\alpha\beta} / \partial x^\beta = 0, \quad (32.4)$$

так как тождественно $\partial^2 \psi^{\alpha\beta\gamma} / \partial x^\beta \partial x^\gamma = 0$ ввиду антисимметричности тензора $\psi^{\alpha\beta\gamma}$ по индексам β, γ . Полный 4-импульс системы при этом вообще не изменится, так как ... имеем

$$\int \partial_\gamma \psi^{\alpha\beta\gamma} dV_\beta = \frac{1}{2} \oint \psi^{\alpha\beta\gamma} da_{\beta\gamma},$$

где интегрирование с правой стороны равенства производится по

поверхности (обычной), “охватывающей” гиперповерхность, по которой производится интегрирование с левой стороны равенства. Эта поверхность находится, очевидно, на бесконечности трехмерного пространства, и, поскольку поле или частицы на бесконечности отсутствуют, интеграл равен нулю. Таким образом, 4-импульс системы является, как и следовало, однозначно определенной величиной.

Аналогичное рассуждение приводит Райдер [4]:

Тензор $\theta^{\mu\nu}$ не является однозначно определенным, поскольку мы можем добавить член $\partial_\lambda f^{\lambda\mu\nu}$, где $f^{\mu\lambda\nu} = -f^{\lambda\mu\nu}$, так что

$$\partial_\mu \partial_\lambda f^{\lambda\mu\nu} \equiv 0 \quad (3.35)$$

Следовательно, если мы определим величину

$$T^{\mu\nu} = \theta^{\mu\nu} + \partial_\lambda f^{\lambda\mu\nu}, \quad (3.36)$$

то получим

$$\partial_\mu T^{\mu\nu} = \partial_\mu \theta^{\mu\nu} = 0. \quad (3.37)$$

Полный 4-импульс системы при этом не меняется, поскольку

$$\int_a \partial_\lambda f^{\lambda 0\nu} d^3x = \oint f^{i0\nu} da_i = 0.$$

Последнее равенство следует из того, что поверхность a находится в бесконечности, где поля отсутствуют. Итак, хотя тензор энергии-импульса не является единственным, сами энергия и импульс определены однозначно.

Мнение о нелокализемости энергии-импульса изложено во всех учебниках по теории поля. В [5] читаем:

Нас будут интересовать лишь интегральные динамические величины, подобные 4-вектору энергии-импульса P^α . Структура тензора $T^{\alpha\beta}$, который в

нашем изложении не является даже однозначным, приобретает самостоятельный интерес лишь в последовательной теории, включающей учет гравитационных эффектов.

Мнение о неопределенности и нелокализемости энергии поля разделяет и Фейнман [6, с.293]:

Мы так и не знаем, как же на самом деле распределена энергия в электромагнитном поле. Откуда нам известно, что, покрутив формулами, мы не придем к другому выражению для нее и другому выражению для \mathbf{S} ? Новое \mathbf{S} и новое выражение для энергии u будут отличаться от старых, но по-прежнему будут удовлетворять уравнению

$$\mathbf{E} \cdot \mathbf{j} = -\partial u / \partial t - (\nabla \cdot \mathbf{S}).$$

Для u и \mathbf{S} можно фактически написать бесконечное число различных выражений, и до сих пор никто не думал над экспериментальной проверкой того, которое же из них истинное.

В то же время в литературе распространена противоположная точка зрения, согласно которой тензор энергии-импульса обладает локальным смыслом. Петров пишет [7]:

Так как поток импульса через элемент da поверхности тела является силой, действующей на da , то $T^{ij} da_j$ представляет собой i -ю компоненту этой силы.

Это мнение разделяют Ландау и Лифшиц в [8]

Тензор T^{ik} называется тензором напряжений. $T^{ik} da_k$ есть i -я компонента силы, действующей на элемент поверхности da .

Рашевский [9] пишет

Допустим, что нас интересует общая картина распределения и

движения энергии и импульса в пространстве и времени: Для ее описания мы должны построить в четырехмерном пространстве событий соответствующим образом подобранный дважды контравариантный симметрический тензор $T^{\alpha\beta}$ - тензор энергии-импульса. (с.314)

В произвольной точке рассматриваемого тела установим бесконечно малую площадку da . На эту площадку действует сила $T^{ij}da_j$. Точнее, эта сила действует через площадку на часть тела, расположенную за площадкой. За время dt этой части тела будет сообщен тем самым импульс $T^{ij}da_jdt$ (с. 321).

Локальную интерпретацию тензора энергии-импульса разделяет Синг [10]:

Мы заимствуем из статистической модели интерпретацию тензора энергии-импульса с помощью потоков и выдвигаем следующее требование:

(Поток 4-импульса сквозь трехмерную мишень dV) = $T^{\alpha\beta}dV_\beta$.

Таким образом, существует операционное определение тензора энергии-импульса (см. также [11, 12, 13]):

Если среда и (или) поле локально ограничены инфинитезимальным элементом dV_β , то этот элемент получает инфинитезимальный 4-импульс

$$dP^\alpha = T^{\alpha\beta}dV_\beta. \quad (1)$$

Это определение исключает возможность добавления членов типа

$$\partial_\gamma\psi^{\alpha\beta\gamma} \quad (2)$$

и каких-либо вообще членов к тензору энергии-импульса, поскольку такое добавление приведет к отклонению вычисляемой по формуле (1) величины от экспериментально наблюдаемой. Это определение

означает, что истинный тензор энергии-импульса единственен. В случае электродинамики им является тензор Максвелла-Минковского

$$T^{\alpha\beta} = -F_\nu^\alpha F^{\beta\nu} + g^{\alpha\beta} F_{\sigma\nu} F^{\sigma\nu}/4.$$

В свете этого приведенное мнение Фейнмана представляется странным. Очевидно, что экспериментальная проверка выражения $\mathbf{S} = [\mathbf{E}, \mathbf{H}]$ для вектора Пойнтинга была проведена несчетное количество раз. Это и только это выражение дает, например, проверенное на практике и всюду приведенное угловое распределение энергии излучения диполя, осциллирующего или вращающегося:

$$dI = \ddot{\mathbf{d}}^2 \sin^3 \theta d\theta d\phi / 4\pi c^3,$$

$$dI = \ddot{\mathbf{d}}^2 (1 + \cos^2 \theta) \sin \theta d\theta d\phi / 4\pi c^3.$$

Инфинитезимальная площадка da , поглощающая электромагнитное излучение, то есть черная площадка, вне всякого сомнения, принимает мощность, пондеромоторную силу и импульс согласно формуле (1):

$$dI = \mathbf{S} \cdot d\mathbf{a}, \quad d\mathcal{F}^i = T^{ij}da_j, \quad dP^i = T^{ij}da_jdt,$$

где T^{ij} - однозначно определенный максвелловский тензор напряжений, являющийся пространственной частью однозначно определенного тензора энергии-импульса Максвелла-Минковского.

Мой радиоприемник и мой загар отлично знают, как же на самом деле распределена энергия в электромагнитном поле.

Вопреки сомнениям Мандельштама, показано [6, с.304][14], что энергия $\mathbf{S} = [\mathbf{E}, \mathbf{H}]$ действительно циркулирует по замкнутым кривым линиям в области непараллельных электрического и магнитного статических полей. Иначе не выполнялся бы закон сохранения момента импульса

Приходится констатировать, что ошибочное мнение о неоднозначности тензора энергии-импульса и сомнения относительно формулы (1) не приносят вреда науке и технике только потому, что не принимаются всерьез. Но тогда зачем они повторяются во всех учебниках?

Мы уже подробно занимались этой темой [11, 12, 13, 15, 16, 17]. Однако в последнее время обнаружилась важная область физики, где игнорирование дифференциальных формул типа (1) привело к серьезной ошибке. Использование локальной формулы (1) позволило выявить неполноту стандартной классической электродинамики

2 Классический тензор спина

Весной 1999 года на Московском физическом семинаре В. Л. Гинзбурга был поднят важный, на мой взгляд, вопрос. Речь шла о поглощении световой волны круговой поляризации плоской круглой мишенью, разделенной узким зазором на две концентрические части: внутренний диск и внешнее кольцо. Вопрос о поведении такой мишени содержится также в публикации [18].

Проблема заключается в следующем. Согласно общепринятой точке зрения, плоская неограниченная волна круговой поляризации не несет момента импульса, поскольку вектора \mathbf{E} и \mathbf{H} всюду перпендикулярны направлению распространения волны, а вектор Пойнтинга, $\mathbf{S} = [\mathbf{E}, \mathbf{H}]$, и, соответственно, плотность импульса направлены вдоль этого направления [19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27]. Однако на периферии реальной световой волны с конечным поперечным сечением, там, где интенсивность полей уменьшается, существуют составляющие векторов \mathbf{E} и \mathbf{H} , направленные вдоль распространения волны, а $\mathbf{S} = [\mathbf{E}, \mathbf{H}]$ имеет составляющую, перпендикулярную направлению распространения. В результате, на периферии световой волны, то есть на поверхности луча, локализован момент импульса

$$d\mathbf{L} = [\mathbf{r}[\mathbf{E}\mathbf{H}]]dV, \quad \mathbf{L} = \int [\mathbf{r}[\mathbf{E}\mathbf{H}]]dV.$$

Я применяю здесь букву \mathbf{L} , обозначающую обычно орбитальный момент импульса, однако научная общественность рассматривает этот момент импульса как спин луча.

Если такой луч поглощается мишенью, то мишень получает момент импульса и закручивается, если она свободно подвешена. Возникает, однако, вопрос, вся мишень равномерно получает этот момент импульса, или его получает только ее внешняя часть, куда падает поверхность луча, несущая, согласно формуле, момент импульса?

По теории Максвелла, для определения силового воздействия электромагнитного поля следует использовать максвелловский тензор напряжений, то есть пространственную часть тензора энергии-импульса. Выражение $d\mathcal{F}^i = T^{ij}da_j$ дает силу, действующую на инфинитезимальную площадку da_j . Согласно этому выражению, центральная часть мишени, на которую падает внутренность луча, будет испытывать световое давление и не будет испытывать касательных сил, потому что поток импульса в центральной части луча направлен перпендикулярно мишени. Внешняя часть мишени, на которую падает поверхность луча, будет испытывать касательные силы, поскольку в районе поверхности луча вектор Пойнтинга имеет касательную к мишени составляющую. Эти касательные силы и сообщают мишени упомянутый момент импульса.

Из этого рассуждения следует, что если мишень разделить узким зазором на две концентрические части, внутренний диск и внешнее кольцо, то лишь кольцо будет получать момент импульса и будет закручиваться. Внутренний диск не будет получать момент импульса и не будет закручиваться.

В то же время, очевидно, что волна круговой поляризации несет спиновый момент импульса и энергию всегда в пропорции $1/\omega$. Это следует из пионерской работы Садовского [28] и означает, что центральный диск мишени, получающий энергию и световое давление, будет получать и спиновый момент импульса, не описываемый теорией Максвелла, и будет закручиваться, вопреки вышеприведенному рассуждению. Такой вывод следует и из простого рассуждения Фейнмана, который рассказывает, как световая волна круговой поляризации передает вращающий момент поглощающей среде [29]. Однако, соглас-

но стандартной электродинамике, в районе диска отсутствуют пондеромоторные силы, которые могли бы привести к закручиванию диска. Максвелловские напряжения не способны привести диск во вращение. Согласно стандартной электродинамике, диск испытывает только световое давление и поглощает энергию.

Все это наводит на мысль, что если мы хотим адекватно описывать взаимодействие макроскопических предметов с электромагнитным полем, нам следует расширить теорию Максвелла, добавив к максвелловскому тензору напряжений некий объект, описывающий плотность крутящего воздействия. Для разрешения проблемы, по нашему мнению, следует использовать концепцию классического спина электродинамики, который описывается некоторой тензорной плотностью $\Upsilon^{\mu\nu\beta}$ [13, 15, 16, 17]. Этот результат впервые был представлен автором в статье, направленной в журнал «Письма в ЖЭТФ» 14.05.1998.

Таким образом, мы должны принять, что классическая электродинамика не полна. Пондеромоторное воздействие электромагнитного поля на элемент поверхности da_j , состоит из силы и вращающего момента.

$$d\mathcal{F}^i = T^{ij} da_j, \quad d\tau^{ik} = \Upsilon^{ikj} da_j.$$

Здесь T^{ij} - максвелловский тензор напряжений, а Υ^{ikj} - тензор крутильных напряжений, являющийся пространственной частью вводимого нами тензора спина. Этот вращающий момент закручивает центральный диск в отсутствие касательных максвелловских сил. Одновременно максвелловские силы снабжают орбитальным моментом импульса кольцо. Кольцо получает также небольшой вращающий момент от Υ^{ikj} .

Как подсчитано многократно, обе составляющие момента импульса, максвелловская и спиновая, равны между собой. Поэтому в результате оказывается, что суммарный, орбитальный плюс спиновый, момент импульса, содержащийся в луче круговой поляризации и получаемый мишенью, равен удвоенной величине,

$$J = L + S = 2W/\omega,$$

где W - величина энергии.

Полный 4-импульс системы может измениться

В этой работе для нас важно, что добавление дивергенциального, а потому бездивергентного члена

$$\partial\psi^{\alpha\beta\gamma}/\partial x^\gamma \quad (2)$$

к тензору энергии-импульса недопустимо, поскольку такое добавление соответствует локальному изменению среды, которую этот тензор описывает. Заметим здесь, однако, что, кроме локального изменения среды, добавление такого члена может привести к изменению полного 4-импульса системы, вопреки всеобщим заявлениям, даже в случае островной системы тел. Дело в том, что островная система, например, в виде однородного шара в пространстве-времени изображается мировой трубкой. Поэтому, если тензор энергии-импульса такого шара представить в виде бездивергентного выражения (2), то величина $\psi^{\alpha\beta\gamma}$ недостаточно быстро спадает на пространственной бесконечности и при интегрировании по удаленной на бесконечность границе пространства дает, вопреки всеобщим заявлениям, не ноль, а массу этого самого шара [13, 15, 17], несмотря на отсутствие полей и частиц на бесконечности.

Я глубоко благодарен профессору Роберту Ромеру за публикацию [18].

Литература

- [1] *Барабанов А. Л.* Об угловом моменте в классической электродинамике// УФН, 1993, т.163, 77.
- [2] *Мандельштам Л. И.* Лекции по оптике, теории относительности и квантовой механике// М.: Наука, 1972, с. 19
- [3] *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теория поля// М.: Наука, 1973, с. 107
- [4] *Райдер Л.* Квантовая теория поля// М.: Мир, 1987, с.111

- [5] *Н. Н. Боголюбов и Д. В. Ширков* Введение в теорию квантованных полей// М.: ГИИТЛ, 1957, с.23
- [6] *Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М.* Фейнмановские лекции по физике, Вып. 6// М.: Мир, 1977.
- [7] *Петров А.З.* Новые методы в общей теории относительности// М.: Наука, 1966, с. 382
- [8] *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теория упругости // М.: Наука, 1965, с.15.
- [9] *Рашевский П. К.* Риманова геометрия и тензорный анализ// М.: Гостехиздат, 1967, с.304.
- [10] *Синг Дж. Л.* Общая теория относительности// М.: ИИЛ, 1963, с. 154.
- [11] *Храпко Р. И.* О функциях пути и законах сохранения// сб. «Проблемы относительности в земных и космических условиях», М.: МАИ, 1988, с. 40.
- [12] *Храпко Р. И.* Лакунное определение тензоров энергии-импульса и спина// сб. «Материалы 7 Всесоюзной Гравитационной конференции», Ереван: ЕГУ, 1988, с. 228.
- [13] *Храпко Р. И.* Истинные тензоры энергии-импульса и спина однозначны// сб. «Тезисы докладов 10-й Российской гравитационной конференции», М., 1999 с.47
- [14] *Сивухин Д. В.* Общий курс физики, т. 3, часть 2 // М.: Наука, 1996, с. 24
- [15] *Khrapko R. I.* True energy-momentum tensors are unique. Electrodynamics spin tensor is not zero// physics/0102084.
- [16] *Khrapko R. I.* Violation of the gauge equivalence// physics/0105031.
- [17] *Храпко Р. И.*// www.mai.ru/projects/mai_works/ вып. 2 (2000), вып. 3, 6 (2001), вып. 9 (2002), вып. 10 (2003).
- [18] *Khrapko R. I.* Does plane wave not carry a spin? // Amer. J. Phys. 2001, v. 69, 405.
- [19] *Гайтлер В.* Квантовая теория излучения// М.: ИЛ, 1956, с.451.
- [20] *Соколов И.* Момент импульса электромагнитной волны, эффект Садовского и генерация магнитных полей в плазме.// УФН 1991, т. 161, N 10, с. 175.
- [21] *Sharochnikov K.*// An. D. Phys. 1914, v. 43, .473.
- [22] *Darvin C. G.*// Proc. Roy. Soc. A 1932, v. 136, 36.
- [23] *Humblet J.*// Physica 1943, v. 10, 585.
- [24] *Crichton J. et al.*// GRG 1990, v. 22, 61.
- [25] *Ohanian H. C.* What is spin?// Amer. J. Phys. 1986, v. 54, 500.
- [26] *Джексон Дж.* Классическая электродинамика// М.: Мир, 1965 с. 228
- [27] *Вульфсон К. С.* О моменте количества движения электромагнитных волн.// УФН 152, 667 (1987)
- [28] *Sadowsky A.*// Acta et commentationes Imp. Universitatis Jurievensis 1899, v.7, No. 1-3, 1900, v.8, No. 1-2.
- [29] *Фейнман Р. et al.* Фейнмановские лекции по физике, т. 8, 9// М.: Мир, 1978, с. 384.

Energy-momentum localization and spin

R. I. Khrapko

Moscow Aviation Institute, 125993,
Moscow, Russia

The standard idea of no localization of energy-momentum is criticized. Theorists did not catch sight of the classical spin because of ignoring localization of energy-momentum and due to the concept of the ambiguity of an energy-momentum tensor.