

Физика

УДК 539.12

Письмо редактору: Парадокс. Контур с током в электрическом поле

Р. И. Храпко

*Кафедра физики
Московский авиационный институт
Волоколамское ш., 4, Москва, Россия, 125993*

Вектор Пойнтинга, существующий в скрещенных электрическом и магнитном полях, действительно является вектором плотности потока энергии.

Ключевые слова: вектор Пойнтинга, локализация энергии-импульса.

Если контур с постоянным током находится в постоянном электрическом поле \mathbf{E} , которое касательно к плоскости контура, как показано на рис. 1, то вектор Пойнтинга $\mathbf{S} = [\mathbf{E}\mathbf{H}]$ направлен вниз. (Для простоты мы рассматриваем прямоугольный контур). Вектор Пойнтинга является вектором плотности потока электромагнитной энергии. В связи с этим возникает вопрос, какова дальнейшая судьба энергии, притекающей к нижней стороне нашего контура? [1]

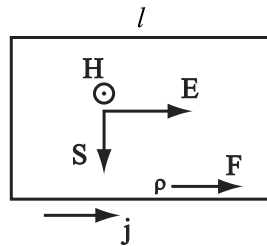


Рис. 1. Прямоугольный контур с током находится в электрическом поле

Отсутствие ответа на этот вопрос способствует сомнению в локальном смысле вектора Пойнтинга как вектора плотности потока электромагнитной энергии. Дело в том, что в литературе весьма распространено мнение, что «физическим смыслом обладает лишь интегральный поток вектора Пойнтинга сквозь замкнутую поверхность, но не вектор Пойнтинга сам по себе» [2]. Это мнение восходит к лекциям Л. И. Мандельштама [3].

Отказ от локализации энергии-импульса присутствует и в книгах [4, 5], поскольку вектор Пойнтинга является компонентом тензора энергии-импульса. Мнение о неопределённости и нелокализуемости энергии-импульса поля изложено во всех учебниках по теории поля (см., например, [6]). Его разделяет Р. Фейнман [7].

В то же время в литературе существует противоположная точка зрения, согласно которой тензор энергии-импульса обладает локальным смыслом [8]. Это мнение разделяли Ландау и Лифшиц в книге [9], Рашевский [10] и Синг [11].

Существует операционное определение тензора энергии-импульса $T^{\alpha\beta}$:

«Если среда и (или) поле локально ограничены инфинитезимальным элементом dV_β , то этот элемент получает инфинитезимальный 4-импульс

$$dP^\alpha = T^{\alpha\beta} dV_\beta. \quad (1)$$

Вопреки сомнениям Мандельштама, энергия $\mathbf{S} = [\mathbf{E}\mathbf{H}]$ действительно циркулирует по замкнутым кривым в области непараллельных электрического и магнитного статических полей. Иначе не выполнялся бы закон сохранения момента импульса [7, с. 304], [12].

Приходится констатировать, что ошибочное мнение о неоднозначности тензора энергии-импульса и сомнения относительно формулы (1) не приносят вреда науке и технике только потому, что не принимаются всерьёз. Но тогда зачем они повторяются во всех учебниках?

Эта тема уже рассматривалась подробно в [13]. В настоящей заметке показано, что использование вектора Пойнтинга как вектора плотности потока электромагнитной энергии позволяет описать потоки энергии при рассмотрении контура с током в электрическом поле и таким образом подтвердить локальный смысл тензора энергии-импульса.

Для простоты рассматриваем не контур, а бесконечный соленоид в однородном электрическом поле \mathbf{E} (двумерная модель). Будем считать, что именно такой соленоид изображён на рис. 1

Поверхностную плотность электрического тока и напряжённость магнитного поля соленоида обозначаем $j = H$. Идея заключается в том, что энергия, приносимая на нижнюю сторону соленоида вектором Пойнтинга $\mathbf{S} = [\mathbf{E}\mathbf{H}]$, передаётся движущимся носителям тока, потому что на них действует электрическая сила. Будем считать носители положительными, поверхностную плотность их обозначим ρ , а скорость v . Тогда $j = \rho v$, поверхностная плотность силы есть $\mathbf{F} = \rho\mathbf{E}$, и получаемая носителями поверхностная плотность мощности есть $Fv = \rho Ev = jE = EH = S$. Если умножить эту величину на ширину l соленоида, получится мощность, приносимая носителями к правому нижнему ребру соленоида на единицу его длины, $W = EHl$ Вт/м. Эта мощность поднимается носителями по правой стороне соленоида, а затем — по верхней стороне соленоида, превращается в поток энергии, уносимый вниз полем вектора Пойнтинга. Это происходит потому, что носители тока испытывают там тормозящую силу $\mathbf{F} = \rho\mathbf{E}$. Таким образом, линии тока энергии оказываются замкнутыми, как и должно быть, согласно закону сохранения энергии.

Представляется интересным понять, в каком виде энергия поднимается по правой стороне соленоида. Ответ на этот вопрос зависит от определения свойств носителей тока. Примем здесь, что плотность и скорость движения носителей всюду постоянна. В качестве модели такой ситуации можно представить себе, что носители закреплены на движущейся несжимаемой замкнутой ленте. В этом случае наша лента окажется под воздействием плотности силы $\mathbf{F} = \rho\mathbf{E}$ на нижней стороне соленоида. Поэтому она окажется сжатой на правой стороне соленоида. Линейное давление (т. е. отрицательное поверхностное натяжение) в ленте, поднимающейся вверх по правой стороне, будет поэтому равно $P = \rho El$ Н/м. Мы должны вспомнить теперь, что сжатая движущаяся среда содержит в себе плотность потока энергии. В данном случае этой средой является наша лента с носителями. Она и обеспечивает плотность потока энергии $Pv = \rho Elv = EHl = W$. Этот поток направлен вверх по правой стороне соленоида. Он замыкает поток электромагнитной энергии, направленный вниз и представленный вектором Пойнтинга внутри соленоида.

Литература

1. *Перевозский Т. А.* Замечания к статье Р. И. Храпка «Локализация энергии-импульса и спин» // Вестник РУДН. Серия Физика. — 2005. — № 1(13). — С. 78–79.
2. *Барабанов А. Л.* Об угловом моменте в классической электродинамике // УФН. — 1993. — Т. 163. — С. 77.
3. *Мандельштам Л. И.* Лекции по оптике, теории относительности и квантовой механике. — М.: Наука, 1972. — С. 19.
4. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теория поля. — М.: Наука, 1973. — С. 107.
5. *Райдер Л.* Квантовая теория поля. — М.: Мир, 1987. — С. 111.

6. Боголюбов Н. Н., Ширков Д. В. Введение в теорию квантованных полей. — М.: ГИТТЛ, 1957. — С. 23.
7. Фейнман Р., Лейтон Р. Фейнмановские лекции по физике. Вып. 6. — М.: Мир, 1977.
8. Петров А. Э. Новые методы в общей теории относительности. — М.: Наука, 1966. — 382 с.
9. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория упругости. — М.: Наука, 1965. — С. 15.
10. Рашевский П. К. Риманова геометрия и тензорный анализ. — М.: Гостехиздат, 1967. — 304 с.
11. Синг Д. Л. Общая теория относительности. — М.: ИИЛ, 1963. — 154 с.
12. Сивухин Д. В. Общий курс физики, Т. 3, Ч. 2. — М.: Наука, 1996. — С. 24.
13. Храпко Р. И. Локализация энергии-импульса и спин // Вестник РУДН. Серия Физика. — 2002. — № (10)1. — С. 35–39.

UDC 539.12

Letter to Editor: Paradox. An Electrical Current Circuit in Electric Field

R. I. Khrapko

*Department of Physics
Moscow Aviation Institute
4, Volokolamskoe ave., Moscow, Russia, 125993*

The Poynting vector, which exists in crossing electric and magnetic fields, in reality represents energy flux density.

Key words and phrases: Poynting vector, localisation of energy and momentum .