

Обсуждение на портале http://www.physics-online.ru/php/paper.phtml?option_lang=rus&paperid=14737
статьи Р.И. Храпко “Spin is not a moment of momentum”
<http://khrapkori.wmsite.ru/ftpgetfile.php?id=76&module=files>

Красным цветом выделен текст Зотьева Д.Б.

Согласно книге Ландафшица «Теория поля», тензор энергии-импульса э-м поля определяется следующим выражением:

$$T_{ik} = (F_{il}F_{kl} - F_{lm}^2 \delta_{ik} / 4) / 4\pi + \mu c \frac{dx_i dx_k}{ds dt} \quad (*)$$

где второе слагаемое в сумме является тензором энергии-импульса системы зарядов. В книге издания 1962 года этому соответствуют формулы (33.1) и (33.5).

Это не верно. В Книге написано, что сумма (*) (составленная Зотьевым) есть тензор энергии-импульса СИСТЕМЫ, состоящей из электромагнитного поля и частиц [а не электромагнитного поля только]. Больше того, последнее слагаемое

$$\mu c \frac{dx^i dx^k}{ds dt} \quad (33.5)$$

есть тензор энергии-импульса невзаимодействующих частиц [а не зарядов]. Больше того, согласно Книге, выражение (33.5) не может содержать зарядов, поскольку первое слагаемое суммы (*), являющееся на самом деле тензором энергии-импульса электромагнитного поля, именно

$$(-F^{il}F^k_l + g^{ik}F_{lm}F^{lm} / 4) / 4\pi, \quad (33.1)$$

получается из несимметричного канонического тензора $T_c^{ik} = (-\partial^i A^l F^k_l + g^{ik}F_{lm}F^{lm} / 4) / 4\pi$

с помощью допустимой добавки вида

$$\partial_l \Psi^{ikl} \quad (32.7)$$

ТОЛЬКО В ОТСУТСТВИЕ ЗАРЯДОВ и имеет силу ТОЛЬКО В ОТСУТСТВИЕ ЗАРЯДОВ. Я писал это 30 октября 2011 г. 19:37:56, 29 октября 2011 г. 01:28:33, 29 октября 2011 г. 00:48:24, 28 октября 2011 г. 22:44:37, 24 октября 2011 г. 21:27:52, 23 октября 2011 г. 02:51:02, 23 октября 2011 г. 00:34:27, 22 июля 2011 г. 01:56:18:

«(i) Тензор энергии-импульса (33.1), полученный в «Теории поля» Ландау и Лифшица, никак нельзя использовать, поскольку «Согласно уравнению поля (30.2) В ОТСУТСТВИЕ ЗАРЯДОВ $\partial_l F^{kl} = 0$, а потому $\partial_l A^i F^{kl} = \partial_l (A^i F^{kl})$, так что производимая замена T^{ik} относится к виду (32.7) и является допустимой». Из этого текста следует, что в присутствии зарядов производимая замена несимметричного канонического тензора энергии-импульса T^{ik} НЕ относится к виду (32.7) $\partial_l \Psi^{ikl}$, а потому НЕ является допустимой. Замена допустима только В ОТСУТСТВИЕ зарядов, когда тензор энергии-импульса делается ненаблюдаемым и потому бессмысленным».

Больше того, в обсуждаемой статье я подробно доказываю, в частности, что получение симметричного тензора (33.1) из канонического тензора T_c^{ik} вообще невозможно с помощью добавки вида (32.7) в присутствии зарядов.

Уважаемые читатели, как видите, для анализа пяти строк сочинения Зотьева Д.Б., понадобилось 27 строк. Я готов анализировать остальной текст Зотьева. Но пусть эти 27 будут пробным шаром, ибо я не люблю метать бисер.

Пропуская чудовищное пустословие, остановимся на содержательных фразах.

Р.И. Шарко применяет преобразование Хамблетта к симметричному световому лучу. Тогда, как утверждает автор, первое слагаемое в правой части (4.2) обращается в ноль. Однако сразу возникают вопросы с симметрией. В своих вычислениях автор использует э-м поле, излученное в направлении оси Z диполем, вращающимся в плоскости XY.

Это не верно. Не Р.И. Храпко применяет преобразование Хамблета к симметричному лучу, а само преобразование Хамблетта [12]

$$\mathbf{J} = \varepsilon_0 \int \mathbf{r} \times (\mathbf{E} \times \mathbf{B}) dV = \varepsilon_0 \int E^i (\mathbf{r} \times \nabla) A_i dV + \varepsilon_0 \int \mathbf{E} \times \mathbf{A} dV = \mathbf{L} + \mathbf{S}. \quad (4.2)$$

есть преобразование симметричного электромагнитного луча.

Как видно, с помощью этого преобразования Hamblet & C^o выражают интеграл от плотности момента $\mathbf{r} \times (\mathbf{E} \times \mathbf{B})$ линейного импульса $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ через интеграл от некой величины $\mathbf{E} \times \mathbf{A}$. Эта величина, $\mathbf{E} \times \mathbf{A}$, не имеет никакого статуса в стандартной электродинамике. Она является компонентой канонического тензора спина

$$Y_c^{\lambda\mu\nu} = -2A^{[\lambda} \delta_{\alpha}^{\mu]} \frac{\partial L}{\partial (\partial_\nu A_\alpha)} = -2A^{[\lambda} F^{\mu]\nu}, \quad Y_c^{ij0} = \mathbf{E} \times \mathbf{A}, \quad (3.3), (3.4)$$

который был УНИЧТОЖЕН процедурой Белинфанте-Розенфельда [9,10] в стандартной теории поля в процессе превращения канонического тензора энергии-импульса

$$T_c^{\lambda\mu} = \partial^\lambda A_\alpha \frac{\partial L}{\partial (\partial_\mu A_\alpha)} - g^{\lambda\mu} L_c = -\partial^\lambda A_\alpha F^{\mu\alpha} + g^{\lambda\mu} F_{\alpha\beta} F^{\alpha\beta} / 4 \quad (3.1)$$

в «стандартный» тензор энергии-импульса

$$T_{st}^{\lambda\mu} = T_c^{\lambda\mu} + t_{st}^{\lambda\mu} = -\partial^\lambda A_\nu F^{\mu\nu} + g^{\lambda\mu} F_{\alpha\beta} F^{\alpha\beta} / 4 + \partial_\nu (A^\lambda F^{\mu\nu}). \quad (3.12)$$

Здесь $t_{st}^{\lambda\mu} = \partial_\nu (A^\lambda F^{\mu\nu})$ есть знаменитая добавка Белинфанте-Розенфельда в процессе, ошибочно названном «симметризацией» канонического тензора энергии-импульса.

Однако, отказавшись в принципе от тензора спина электродинамики, физики в отношении преобразования Хамблета неожиданно интерпретируют величину $\mathbf{E} \times \mathbf{A}$ как тензор спина и рассматривают равенство (4.2) в качестве (единственного) доказательства эквивалентности момента линейного импульса и спина. При этом на первое слагаемое, $\int E^i (\mathbf{r} \times \nabla) A_i dV = 0$, никто справедливо внимания не обращает.

В обсуждаемой статье я подробно объясняю, что для такого отождествления момента линейного импульса и спина нет никаких оснований. Собственно, обсуждаемая статья называется «Спин не есть момент импульса». Даже если принять порочную величину $\mathbf{E} \times \mathbf{A}$ в качестве плотности спина, равенство интегралов

$$\int \mathbf{r} \times (\mathbf{E} \times \mathbf{B}) dV = \int \mathbf{E} \times \mathbf{A} dV. \quad (4.3)$$

вовсе не означает эквивалентность подынтегральных выражений. Равенство (4.3) справедливо потому, что подынтегральные выражения отличаются на полную производную

$$\mathbf{r} \times (\mathbf{E} \times \mathbf{B}) = -\nabla[\mathbf{E}(\mathbf{r} \times \mathbf{A})] + \mathbf{E} \times \mathbf{A}, \quad (*)$$

а не из-за их равенства. Момент импульса $\mathbf{r} \times (\mathbf{E} \times \mathbf{B})$ и величина $\mathbf{E} \times \mathbf{A}$ на самом деле размещены в разных местах пространства. Момент импульса $\mathbf{r} \times (\mathbf{E} \times \mathbf{B})$ локализован на поверхности луча. Там протекает циркулирующий поток массы-энергии электромагнитного поля [13]. Оганян приводит такой рисунок

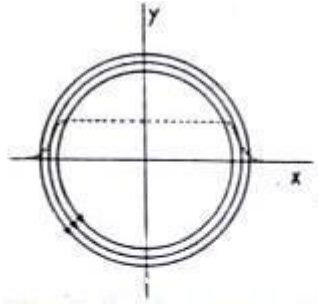


Fig. 1. This pattern of circular flow lines represents the time-average energy flow, or the momentum density, in a circularly polarized electromagnetic wave packet. On a given wave front, say $z = 0$, the fields are assumed to be constant within a circular area and to decrease to zero outside of this area (the dashed line gives the field amplitude as a function of radius). The energy flow has been calculated from an approximate solution of Maxwell's equations. The picture only shows the flow in the transverse directions. The flow in the longitudinal direction is much larger; the net flow is helical.

502

Am. J. Phys., Vol. 54, No. 6, June 1986

Симмондз и Гуттман пишут: «Поверхность [луча] является единственным местом, где z -компонента углового импульса не равна нулю» [22]. Они приводят такой рисунок

9.1

ANGULAR MOMENTUM OF THE ELECTROMAGNETIC FIELD

227

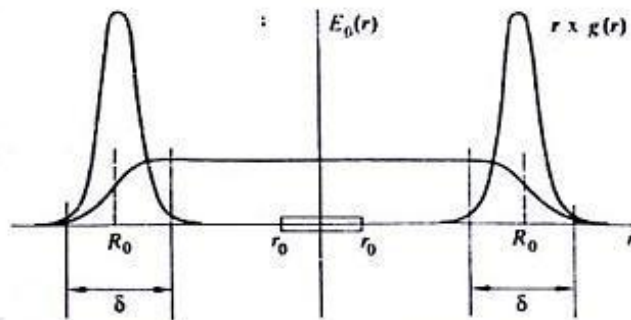


Fig. 9.3. The electric field amplitude and the angular momentum density across a cylindrical beam.

Но в отличие от момента импульса $\mathbf{r} \times (\mathbf{E} \times \mathbf{B})$, величина $\mathbf{E} \times \mathbf{A}$ очевидно распределена по самому телу луча. Поэтому ещё в работе [14] сделан вывод, что интегрирование величины $\mathbf{E} \times \mathbf{A}$ в равенстве (4.3) является просто способом вычисления момента импульса поверхностного потока массы-энергии, который очевидно является орбитальным моментом импульса

$$\mathbf{L} = \epsilon_0 \int \mathbf{r} \times (\mathbf{E} \times \mathbf{B}) dV.$$

В качестве примера в работе [14] рассмотрен аналогичный интеграл от момента, $\int \mathbf{r} \times \mathbf{j} dV$, по поверхности длинного соленоида, где $\mathbf{j}$ есть плотность электрического тока соленоида. Мы имеем $\int \mathbf{r} \times \mathbf{j} dV = \int \mathbf{r} \times (\nabla \times \mathbf{H}) dV = \int (r^i \partial_k H_i - r^i \partial_i H_k) dV = \int [\partial_k (r^i H_i) - H_k - \partial_i (r^i H_k) + \partial_i r^i H_k] dV = \int 2\mathbf{H} dV$. Это равенство между моментом плотности тока и интегралом от магнитного поля вовсе не означает эквивалентность момента плотности тока и магнитного поля!

В работе [14] равенство (*) проиллюстрировано

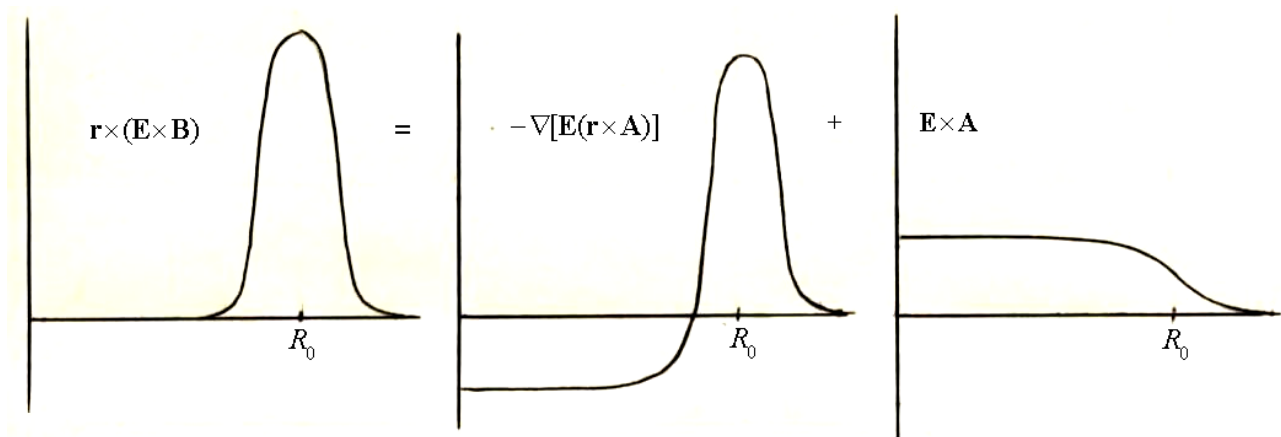


Fig. 4. The Humblet transformation of the orbital angular momentum.

Видно, что первый член справа, $-\nabla[\mathbf{E}(\mathbf{r} \times \mathbf{A})]$, при интегрировании даёт ноль и мы получаем знаменитое равенство (4.3), которое очевидно не означает, что момент импульса $\mathbf{r} \times (\mathbf{E} \times \mathbf{B})$, локализованный на поверхности луча, в то же время распределён по самому телу луча как порочная величина $\mathbf{E} \times \mathbf{A}$.

Мы возвратимся теперь к сочинению Зотьева:

В своих вычислениях автор использует э-м поле, излученное в направлении оси Z диполем, вращающимся в плоскости XY.

Это не верно. Излученное электромагнитное поле используют в своих вычислениях классики, Джексон [11], Бекер [15], и Корней [4]. Джексон и Бекер понимают, что преобразования луча Хамблета (4.2) не достаточно для обоснования желанного им тождества момента импульса и спина (за который выдаётся порочная величина $\mathbf{E} \times \mathbf{A}$). Поэтому они решили доказать справедливость фундаментального для них равенства (4.3) не для луча, а в случае излучения, распространяющегося во все стороны от источника, локализованного в малой области пространства. И они ошиблись, выдав желаемое за действительное. В обсуждаемой работе я прямыми вычислениями показываю, что для излучения, распространяющегося во все стороны от источника, локализованного в малой области пространства, равенство (4.3) не справедливо, а справедливо равенство

$$\int \mathbf{r} \times (\mathbf{E} \times \mathbf{B}) dV = 2 \int \mathbf{E} \times \mathbf{A} dV, \quad (4.4)$$

что, естественно, хоронит идею о тождестве момента импульса и спина.

Рассмотрим ещё две группы строк из Зотьева

Автор вводит в рассмотрение тензор (2.2)

$$J^{\lambda\mu} = \int (2r^{[\lambda} T^{\mu]\nu} + Y^{\lambda\mu\nu}) dV_\nu \quad (2.2)$$

плотности момента импульса э-м поля, в котором по сравнению с классическим определением появляется новое слагаемое Y^{ijk} , кососимметричное по первым двум индексам. Автор никак не поясняет устройство тензора Y^{ijk} , но называет его тензором **спина поля**. [Надо понимать, что плотностью момента импульса является не тензор (2.2) целиком, а лишь подынтегральное выражение]

Написанные Зотьевым, эти строки слегка пугают. Ведь на самом деле это не «автор» вводит тензор спина! Зотьев, относящийся с таким пиететом к авторитетам, несомненно, знает, что даже в Боголюбове и Ширкове (1957) было написано:

«Второй член этого выражения

$$S_{lm}^k \equiv \sum_{ij} \frac{\partial L}{\partial (\partial u_i / \partial x^k)} u_j(x) A_{i,lm}^j \quad (2.27)$$

характеризует *поляризационные* свойства поля и, как следует из квантовой теории (см. главу II), соответствует *спиновому* моменту частиц». В Боголюбове и Ширкове (1993) эта формула имеет номер

(24) в § 2. Но если Зотьев случайно не видел Боголюбова и Ширкова, он мог бы, не покидая разбираемую статью, заметить ссылку [7] на Рохрлича (1965)

«С помощью лагранжевого формализма получаются канонический тензор энергии-импульса [7 (4-113)]

$$T_c^{\lambda\mu} = \partial^\lambda A_\alpha \frac{\partial L}{\partial (\partial_\mu A_\alpha)} - g^{\lambda\mu} L = -\partial^\lambda A_\alpha F^{\mu\alpha} + g^{\lambda\mu} F_{\alpha\beta} F^{\alpha\beta} / 4 \quad (3.1)$$

и канонический полный тензор углового импульса [7 (4-147)]

$$J_c^{\lambda\mu\nu} = 2x^{[\lambda} T_c^{\mu]\nu} + Y_c^{\lambda\mu\nu}. \quad (3.2)$$

Здесь

$$Y_c^{\lambda\mu\nu} = -2A^{[\lambda} \delta_\alpha^{\mu]} \frac{\partial L}{\partial (\partial_\nu A_\alpha)} = -2A^{[\lambda} F^{\mu]\nu}, \quad (3.3)$$

есть канонический тензор спина [7 (4-150)]».

Следующая группа строк

Когда автор вычисляет мощность P излучения диполя (6.6), он пишет следующее: «Подстановка полей, пропорциональных $1/r$ из (5.9), (5.10) даёт (6.2) [а потом и (6.6)]»

А когда автор вычисляет координату тензора момента импульса τ^{xy} (7.4) [на самом деле, τ^{xy} не момент импульса, а поток момента импульса, то есть момент силы, там dt в знаменателе Зотьев не заметил], он пишет:

$$\langle \tau^{ij} \rangle = \int 2r^{[i} T^{j]l} da_k dr^k / dt = \Re \int \epsilon_0 \mu_0 \mathbf{r} \times (\mathbf{E} \times \bar{\mathbf{H}}) r^2 c d\Omega / 2 = \Re \int [\mathbf{E}(\mathbf{r}\bar{\mathbf{H}}) - (\mathbf{r}\mathbf{E})\bar{\mathbf{H}}] r^2 d\Omega / 2c. \quad (7.1)$$

Первый член справа равен нулю, а второй член требует использования электромагнитного поля, которое пропорционально $1/r^2$ » (п. 7 на стр. 8)

Таким образом, вычисляя мощность P , автор ограничивается первым членом в правой части (5.9), а при вычислении τ^{xy} берет уже два члена.

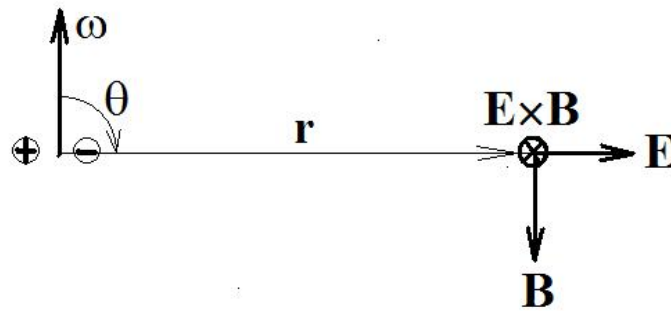
Здесь Зотьев обратил внимание на весьма важное обстоятельство. Очевидно, что поле *излучения*, $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$, (диполя) пропорционально $1/r$ и не имеет радиальной составляющей. Поэтому плотность мощности $\mathbf{E} \times \mathbf{H}$ и плотность импульса в поле *излучения* направлены строго радиально. Поэтому поле излучения никогда не содержит **момента** импульса, $\mathbf{r} \times (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) = 0$. Для появления **момента** импульса, $\mathbf{r} \times (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) \neq 0$, нужна поперечная, т.е. угловая компонента плотности импульса, то есть радиальная составляющая поля. Такая составляющая есть в промежуточной зоне (не в ближней зоне и не в волновой зоне), но она пропорциональна $1/r^2$, то есть не является полем излучения. Я выписал здесь радиальную составляющую электрического поля и θ -составляющую магнитного поля, создаваемого вращающимся диполем [23].

$$E^r = (2/r^3 - i2\omega/r^2) \sin \theta \exp[i\phi + i\omega(r-t)] / 4\pi,$$

$$B_{\phi r} = (\omega/r - i\omega^2) \sin \theta \exp[i\phi + i\omega(r-t)] / 4\pi,$$

$$B^\theta = (\omega/r^2 - i\omega^2/r) \exp[i\phi + i\omega(r-t)] / 4\pi.$$

Здесь $B_{\phi r}$ - ковариантная компонента, а B^θ - физическая компонента магнитного поля. Эти поля я иллюстрирую рисунком, который удовлетворяет условию $\phi + \omega(r-t) = \pi/2$.



Диполь здесь изображен схематически.

Такие поля создают момент импульса, направленный вдоль оси Z. Однако повторяю, поле **E** не есть поле излучения, а потому этот момент импульса не может быть спином. Он является орбитальным моментом импульса.

В обсуждаемой статье написано:

«Существует важное обстоятельство, препятствующее интерпретации интеграла $\epsilon_0 \int \mathbf{r} \times (\mathbf{E} \times \mathbf{B}) dV$ в качестве спина излучения, независимо от смысла величины $\mathbf{E} \times \mathbf{A}$. Вектора **E** и **B** излучения перпендикулярны направлению распространения, т.е. $\mathbf{E} \cdot \mathbf{k} = 0$, $\mathbf{B} \cdot \mathbf{k} = 0$, где **k** есть волновой вектор. Поэтому $(\mathbf{r} \times (\mathbf{E} \times \mathbf{B})) = 0$ для любого излучения. Поэтому момент импульса $\mathbf{r} \times (\mathbf{E} \times \mathbf{B})$ должен вычисляться с использованием не излучательного поля, которое пропорционально $1/r^2$ в случае излучения в пространство. Это указывает на не излучательную природу момента импульса $\epsilon_0 \int \mathbf{r} \times (\mathbf{E} \times \mathbf{B}) dV$, тогда как спин есть атрибут излучения и должен вычисляться на основе полей, пропорциональных $1/r$ только. Когда Гайтлер провозглашал спиновую природу момента импульса, он ссылаясь на некие тонкие интерференционные эффекты по этому поводу [17]. Но это объяснение не выглядит убедительным».

4. Corney A., Atomic and Laser Spectroscopy (Oxford University Press, 1977).
9. F. J. Belinfante, Physica **6**, 887 (1939).
10. L. Rosenfeld, Sur le Tenseur D'Impulsion-Energie. Memoires de l'Academie Royale des Sciences de Beligues **8** No 6 (1940).
11. J. D. Jackson, Classical Electrodynamics, (John Wiley, 1999).
12. J. Humblet, Physica, **10**, 585 (1943)
13. H. C. Ohanian, "What is spin?" Amer. J. Phys. **54**, 500-505 (1986).
14. R. I. Khrapko, "Mechanical stresses produced by a light beam", J. Modern Optics **55**, 1487-1500 (2008)
15. R. Becker, Electromagnetic Fields and Interactions, V.1, V.2, (NY, Dover, 1982)
- 17 W. Heitler, The Quantum Theory of Radiation (Oxford: Clarendon, 1954) p. 401 (есть русский перевод)
22. Simmonds J. W., Guttman M. J., States, Waves and Photons (Addison-Wesley, Reading, MA, 1970)
- 23 R.I. Khrapko, Spin and moment of momentum are spatially separated
<http://khrapko.wmsite.ru/ftpgetfile.php?id=56&module=files>