

Потоки энергии и спина в опыте Бета

Р. И. Храпко¹

Московский авиационный институт, Москва, 125993

Показано, что результат классического опыта Бета с полуволновой пластинкой нельзя объяснить, если спин луча круговой поляризации определять как момент потока массы-энергии, циркулирующей на поверхности такого луча. Дело в том, что в опыте Бета используется луч вместе с его отражением от зеркала, так что результирующий поток массы-энергии равен нулю всюду. Однако результат опыта легко объяснить, если спин определить тензорной плотностью спина в рамках лагранжевого формализма. Согласно такому определению, спин луча не связан с поверхностью луча, а содержится всюду в электромагнитном излучении круговой поляризации, в том числе в плоских волнах.

Ключевые слова: классический спин; круговая поляризация; электродинамика
PACS 75.10.Hk

1. Введение.

Как известно, электромагнитный луч круговой поляризации с плоским фазовым фронтом, распространяющийся вдоль оси z , несет спиновый момент импульса \mathbf{S} , направленный параллельно оси z . Согласно современному представлению [1-7], этот спин создан циркулирующим на поверхности луча потоком массы-энергии, то есть компонентой вектора Пойнтинга $\mathbf{E} \times \mathbf{H}$ или компонентой плотности импульса $\mathbf{E} \times \mathbf{H}/c^2$, которые направлены вдоль угловой координаты. В случае цилиндрической симметрии после усреднения по времени, согласно этому представлению,

$$\mathbf{S} = \langle \int \mathbf{r} \times (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) dV / c^2 \rangle = \langle \int \mathbf{r} \times d\mathbf{p} \rangle. \quad (1)$$

Такой поток массы-энергии действительно существует на поверхности луча, поскольку электромагнитные поля имеют там продольные составляющие из-за того, что их силовые линии замкнуты, но не выходят за пределы луча.

“The electric and magnetic fields can have a nonzero z -component only within the skin region of this wave. Having z -components within this region implies the possibility of a nonzero z -component of angular momentum within this region. Since the wave is identically zero outside the skin and constant inside the skin region, the skin region is the only one in which the z -component of angular momentum does not vanish” [7].

“This angular momentum is the spin of the wave”. [3]

Локализация спина на поверхности луча, согласно этому представлению, особо подчеркивается в [6]:

“... the local spin angular momentum density per photon is proportional to the radial intensity gradient of a light beam:

$$s_z = -\frac{r\hbar}{2E^2} \frac{\partial(E^2)}{\partial r}.” \quad (2)$$

Классический опыт Бета [8], поставленный для подтверждения выводов Садовского и Пойнтинга [9,10] о существовании момента импульса в электромагнитном излучении круговой поляризации, подтвердил наличие момента импульса в луче света круговой поляризации. В опыте такой луч пропускается через полуволновую пластинку, которая изменяет направление круговой поляризации на противоположное. Одновременно изменяется направление момента импульса луча, а пластинка, по закону сохранения,

¹ Email: khrapko_ri@hotmail.com, khrapko_ri@mai.ru, <http://khrapkori.wmsite.ru>

получает двойное количество момента импульса. При этом для удвоения воздействия используемый луч проходит через пластинку вторично после отражения от зеркала.

Однако это последнее обстоятельство доказывает, что полученный пластинкой момент импульса никак не связан с циркуляцией какой-либо массы, потому что при сложении первичного луча и отраженного луча в опыте Бета всякая циркуляция и даже всякое движение массы элиминируется. Простой расчет [11] показывает, что вектор Пойнтинга в опыте Бета равен нулю всюду. Мы воспроизводим этот расчет в разделе 2 для удобства читателей. Таким образом, современное представление [1-7] о спине представляется ошибочным.

С другой стороны, идея спина \mathbf{S} существует в рамках лагранжевого формализма классической теории поля [4,5,12] в качестве *альтернативы* орбитальному моменту импульса \mathbf{L} , который, по определению, является моментом линейного импульса \mathbf{p} , $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$. Согласно этой идее, спин не связан ни с импульсом, ни вообще с движением материи. Впрочем, и импульс не обязательно связан с движением. Например, раздел 1.3 статьи Хеля [13] озаглавлен "Momentum without energy flux". Неподвижный импульс рассмотрен также в работе [14]. Касательно спина, Хель пишет

"The current density in Dirac's theory can be split into a convective part and a polarization part. The polarization part is determined by the spin distribution of the electron field. It should lead to *no* energy flux in the rest system of the electron because the genuine spin 'motion' take place only within a region of the order of the Compton wavelength of the electron".

Таким образом, спин ни в коем случае не является моментом линейного импульса или частью момента импульса. Поэтому широко распространенная формула [1, (1.20)], [2, p. 350], [3], согласно которой спин обнаруживается внутри момента импульса, представляется некорректной:

$$\int \epsilon_0 \mathbf{r} \times (\mathbf{E} \times \mathbf{B}) dV = \int \mathbf{r} \times d\mathbf{p} = \mathbf{L} + \mathbf{S}. \quad (3)$$

В рамках лагранжевого формализма спин описывается тензором спина $Y^{\lambda\mu\nu}$ [4,5,12], смысл которого заключается в том, что инфинитезимальный 4-объем dV_ν содержит спиновый момент импульса

$$dS^{\lambda\mu} = Y^{\lambda\mu\nu} dV_\nu. \quad (4)$$

Канонический тензор спина $Y_c^{\lambda\mu\nu}$ получается по формуле

$$Y_c^{\lambda\mu\nu} = -2A^{[\lambda} \delta_\alpha^{\mu]} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\nu A_\alpha)} = -2A^{[\lambda} F^{\mu]\nu}, \quad (5)$$

при использовании канонического лагранжиана $\mathcal{L} = -F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} / 4$. Здесь A^λ и $F_{\mu\nu}$ суть магнитный векторный потенциал и электромагнитный тензор. Канонический тензор спина, будучи в целом некорректным (см. например, [15,16]), имеет важные верные компоненты

$$Y_c^{ijr} = -2A^{[i} F^{j]r} = -2A^{[i} D^{j]r} = \mathbf{D} \times \mathbf{A}, \quad (6)$$

$$Y_c^{xyz} = -2A^{[x} F^{y]z} = A^x H_x + A^y H_y = \mathbf{A} \cdot \mathbf{H}, \quad (7)$$

Мы используем канонический тензор спина для подсчета момента импульса, получаемого полуволновой пластинкой опыта Бета в разделе 3.

2. Вектор Пойнтинга в опыте Бета

Простая модель широкого луча света круговой поляризации с плоским фазовым фронтом, направленного вдоль оси z , описана Джексоном [2].

$$\mathbf{E}_1 = \exp(iz - it)[\mathbf{x} + iy + \mathbf{z}(i\partial_x - \partial_y)]E_0(r), \quad r^2 = x^2 + y^2, \quad (8)$$

$$\mathbf{H}_1 = \exp(iz - it)[-ix + y + \mathbf{z}(\partial_x + i\partial_y)]E_0(r), \quad (9)$$

Здесь \mathbf{E}_1 и \mathbf{H}_1 - комплексные вектора электромагнитного поля, $\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}$ - единичные координатные вектора. ∂_x, ∂_y означают частные производные по x и y . For simplicity we put $\omega = k = c = \epsilon_0 = \mu_0 = 1$. Индекс 1 означает, что формулы (8), (9) описывают первичный луч после прохождения им полуволновой пластинки. Амплитуда луча обозначена $E_0(r)$. Функция $E_0(r)$ считается постоянной на всей территории луча, т.е. при $r < R$, где R обозначает радиус луча. Однако на поверхности луча, где $r \approx R$, функция $E_0(r)$ быстро уменьшается до нуля.

Отраженный луч, падающий на пластинку, мы отмечаем индексом 2. Он имеет ту же спиральность, что и первичный луч, прошедший пластинку (то есть у него то же взаимное направление импульса и спина). Поэтому формулы для него получаются из формул (8), (9) изменением знаков z и y :

$$\mathbf{E}_2 = \exp(-iz - it)[\mathbf{x} - i\mathbf{y} + \mathbf{z}(-i\partial_x - \partial_y)]E_0(r), \quad (10)$$

$$\mathbf{H}_2 = \exp(-iz - it)[-i\mathbf{x} - \mathbf{y} + \mathbf{z}(-\partial_x + i\partial_y)]E_0(r) \quad (11)$$

Складывая первичный и отраженный луч и выписывая в явном виде вещественные части комплексных выражений, получаем

$$E_x = \Re[\exp(iz - it) + \exp(-iz - it)]E_0 = 2E_0 \cos z \cos t, \quad (12)$$

$$E_y = \Re[i \exp(iz - it) - i \exp(-iz - it)]E_0 = -2E_0 \sin z \cos t, \quad (13)$$

$$E_z = \Re[\exp(iz - it)(i\partial_x - \partial_y) + \exp(-iz - it)(-i\partial_x - \partial_y)]E_0 \\ = -2(\sin z \partial_x + \cos z \partial_y)E_0 \cos t \quad (14)$$

$$H_x = \Re[-i \exp(iz - it) - i \exp(-iz - it)]E_0 = -2E_0 \cos z \sin t, \quad (15)$$

$$H_y = \Re[\exp(iz - it) - \exp(-iz - it)]E_0 = 2E_0 \sin z \sin t, \quad (16)$$

$$H_z = \Re[\exp(iz - it)(\partial_x + i\partial_y) + \exp(-iz - it)(-\partial_x + i\partial_y)]E_0 \\ = 2(\sin z \partial_x + \cos z \partial_y)E_0 \sin t, \quad (17)$$

и результирующее электромагнитное поле

$$\mathbf{E} = 2[\mathbf{x} \cos z - \mathbf{y} \sin z] - \mathbf{z}(\sin z \partial_x + \cos z \partial_y)E_0 \cos t, \quad (18)$$

$$\mathbf{H} = -2[\mathbf{x} \cos z - \mathbf{y} \sin z] - \mathbf{z}(\sin z \partial_x + \cos z \partial_y)E_0 \sin t. \quad (19)$$

Видно, что электрическое и магнитное поля параллельны друг другу всюду. Поэтому вектор Пойнтинга равен нулю.

Естественно, что векторы Пойнтинга используемых лучей по отдельности отличны от нуля. Для первичного луча (8),(9) z -компонента вектора Пойнтинга равна

$$\langle T_1^z \rangle = \Re\{\bar{E}_{1x} H_{1y} - \bar{E}_{1y} H_{1x}\} / 2 = E_0^2, \quad (20)$$

здесь черта означает комплексное сопряжение. Поэтому поток энергии в луче, то есть мощность луча, равна

$$P = \pi R^2 E_0^2. \quad (21)$$

Для подсчета потока спина луча с помощью тензора спина надо использовать векторный потенциал. По формуле (8) получаем для компонент A^x и A^y :

$$\mathbf{A}_1 = -\int \mathbf{E}_1 dt = \exp(iz - it)[-i\mathbf{x} + \mathbf{y}]E_0(r). \quad (22)$$

Теперь формула (7) дает

$$\langle Y_1^{xyz} \rangle = \Re\{\bar{A}_1^x H_{1x} + \bar{A}_1^y H_{1y}\} / 2 = \Re\{i(-i) + 1\}E_0^2 / 2 = E_0^2. \quad (23)$$

Так что поток спина, то есть момент силы, равен

$$\tau = \pi R^2 E_0^2. \quad (24)$$

Отношение энергии к спину здесь такое же, как для кванта света: $P / \tau = \hbar\omega / \hbar$, ($\omega = 1$).

3. Тензор спина в опыте Бета

Подсчитаем теперь поток спина в результирующем электромагнитном поле (18),(19), окружающем пластинку, используя не современное представление (1), которое дает ноль, а тензор спина (7). Сначала рассмотрим процесс качественно. Поскольку первичный луч (8),(9) имеет правую круговую поляризацию и направлен по оси z , он создает в пространстве плотность потока спина $Y_c^{xyz} > 0$. Отраженный луч, падающий на пластинку, также имеет правую круговую поляризацию. Поэтому он несет спин $S_z < 0$. Но, двигаясь против оси z , создает в пространстве такую же плотность потока спина, как и первичный луч, $Y_c^{xyz} > 0$. Так что спины первичного и отраженного лучей суммируются, в отличие от векторов Пойнтинга, которые взаимно элиминируются.

Для подсчета плотности потока спина Y_c^{xyz} по формуле (7) предварительно вычисляется векторный потенциал.

$$\mathbf{A} = -\int \mathbf{E} dt = -2(\mathbf{x} \cos z - \mathbf{y} \sin z) E_0 \sin t, \quad (25)$$

$$Y_c^{xyz} = A^x H_x + A^y H_y = 4E_0^2 \sin^2 t, \quad \langle Y_c^{xyz} \rangle = 2E_0^2, \quad (26)$$

заметим, что необходимость усреднения по времени в формуле (26) является следствием несовершенства канонического тензора спина, о чем было упомянуто выше.

Аналогичный расчет, относящийся к другой стороне пластинки, дает такой же результат. Таким образом, пластинка получает результирующий момент силы

$$\tau_{\text{tot}} = 4\pi R^2 E_0^2 = 4P, \quad (27)$$

в соответствии с результатом опыта Бета.

4. Заключение

Таким образом показано, что для объяснения результата опыта Бета необходимо использовать тензора спина электродинамики. Именно тензор спина описывает объемную плотность и плотность потока спина электромагнитных волн круговой поляризации любой конфигурации, в том числе неограниченных плоских волн.

Отметим, что тензор спина плодотворно использовался в целом ряде работ [15-20].

Выражаю глубокую благодарность Н.Н. Константинову, без помощи которого эта заметка не была бы написана. Я бесконечно благодарен профессору Роберту Ромеру, отважно опубликовавшему мой вопрос: "Действительно ли плоская волна не несет спин?" [21]

Список литературы

1. Gotte J.B. and S. M. Barnett Light beams carrying orbital angular momentum in *The angular momentum of light* / editor by D. L. Andrews and M. Babiker (Cambridge University Press 2013)
2. Jackson J. D., Classical Electrodynamics, (John Wiley, 1999).
3. Ohanian H. C., "What is spin?" Amer. J. Phys. 54, 500-505 (1986). Есть перевод: Физика за рубежом, Серия Б, Преподавание (М.: МИР, 1988).
4. Corson E. M. Introduction to tensors, spinors, and relativistic wave-equation (NY, Hafner, 1953)
5. Soper D. E. Classical Field Theory (N.Y.: Dover, 2008).
6. Allen L., M. J. Padgett, M. Babiker, "The orbital angular momentum of light" in Wolf E. (Ed.) Progress in Optics XXXIX (Elsevier, Amsterdam, 1999).
7. Simmonds J. W. and Guttman M. J., States, Waves and Photons (Addison-Wesley, Reading, MA, 1970), p. 227.
8. Beth R. A., Mechanical detection and measurement of the angular momentum of light. *Phys. Rev.* **50**, 115-125 (1936).
9. 24. Sadowsky A. *Acta et Comm. Imp. Universitatis Jurievensis* 7, No. 1-3 (1899)

10. Poynting J. H., "The wave motion of a revolving shaft, and a suggestion as to the angular momentum in a beam of circularly polarised light". *Proc. R. Soc. Lond. A* **82**, 560-567 (1909)
11. Khrapko R. I. Origin of Spin: Paradox of the classical Beth experiment. In *Unfolding the Labyrinth: Open Problems in Mathematics, Physics, Astrophysics, and other areas of science* (Hexis - Phoenix 2006), pp. 57-71 <https://arxiv.org/abs/math/0609238>
12. Barut A. O. *Electrodynamics and Classical Theory of Particles and Fields* (Macmillan, New York, 1964), p. 102
13. Hehl F. W. "On the energy tensor of spinning massive matter in classical field theory and general relativity" *Reports on Mathematical Physics* Vol. 9, No. 1, 55 (1976)
14. Khrapko R. I. Stationary momentum and angular momentum of the field of a rotating dipole (in Russian) <http://khrapkori.wmsite.ru/ftpgetfile.php?id=181&module=files>
15. Khrapko R. I. Mechanical stresses produced by a light beam *J. Modern Optics*, 55, 1487-1500 (2008)
16. Khrapko R. I. True energy-momentum tensors are unique. Electrodynamics spin tensor is not zero [arXiv:physics/0102084](https://arxiv.org/abs/physics/0102084)
17. Khrapko R. I. Absorption of angular momentum of a plane wave *Optik* **154** (2018) 806–810
18. Khrapko R. I. Reflection of light from a moving mirror *Optik* **136** (2017) 503–506
19. Khrapko R. I. Spin radiation from a rotating dipole. *Optik* **181** (2019) 1080-1084
20. Khrapko R. I. Absorption of Spin by a Conducting Medium *AASCIT Journal of Physics*, **4**, No. 2, 59-63 (2018)
21. Khrapko R. I. "Does plane wave not carry a spin?" *Amer. J. Phys.* 69, 405 (2001)

Дополнение

Статья отклонена журналом УФН 20 июня 2019 года. Ниже приводится Рецензия.

Ответ автора на Рецензию журнала УФН

В рекомендованной рецензентом книге, откуда он черпал свои знания, нет слова *спин*.
Рекомендация ошибочна.

В то же время спину посвящена вся цитированная в статье литература, в том числе классическая, являющаяся фундаментом статьи. Но рецензент её не читал. При этом он выражает недовольство, что «цитаты оторваны от контекста».

Рецензент не понимает цитат. Несмотря на [6]: "The local **spin** angular momentum density per photon is proportional to the radial intensity gradient **of a light beam**", он пишет, что автор *вводит* понятие «спин луча».

Рецензент исповедует рудиментарное заблуждение: «Спин – существенно квантовая характеристика материи, не имеющая точного классического аналога». Но ведь именно рассматриваемая им статья, вместе с шестью другими опубликованными статьями автора [15-20], широко *использует* классический спин.

Рецензент не знает, что

Поток момента импульса есть момент силы

Спин есть момент импульса

Рецензент не знает определения спина.

Рецензент не понимает, что вектор Пойнтинга [**ЕН**] равен нулю в пространстве, *окружающем* пластину Бета, которая, тем не менее, получает момент импульса из этого пространства!

Рецензент безнадежен, но журналу УФН статья весьма полезна.

Российская академия наук
Редакция журнала «Успехи физических наук»
119991 Москва, Ленинский проспект д. 53
Тел. +7 (499) 132-62-65. Тел./Факс. +7 (499) 190-42-44, (499) 132-63-48.
E-mail: maria@ufn.ru

№ 6578

18 июня 2019 г.

Храпко Р.И.

Глубокоуважаемый Радий Игоревич!

На Вашу статью «Потоки энергии и спина в опыте Бета», поступившую в редакцию журнала УФН, получен отзыв независимого рецензента (прилагается).

Учитывая критический характер отзыва, было принято решение отказаться от публикации Вашей статьи в журнале «Успехи физических наук».

Благодарим Вас за интерес к журналу УФН!

С уважением,

Заместитель главного редактора
журнала «Успехи физических наук»
академик РАН



О.В. Руденко

Отзыв на статью Р.И. Храпко «Потоки энергии и спина в опыте Бета»

Работа Р.И. Храпко посвящена интерпретации результатов эксперимента по обнаружению и измерению углового момента света, выполненного Ричардом Бете в 1936 году. Представленная на рецензию статья имеет целый ряд существенных недостатков, перечисленных ниже:

1. Принципиальная ошибка, допущенная автором, связана с использованием некорректного выражения для плотности импульса (и плотности момента импульса) *электромагнитного поля в веществе*.

Во введении на стр.1 автор отвечает, что «спиновый момент» (сохранена терминология автора) определяется векторным произведением $[\vec{E}, \vec{H}]$, и далее с помощью тривиального вычисления в разделе 2 показывает, что при учете поля волны отраженной от зеркала это векторное произведение всюду обращается в ноль. На основании этого вычисления делается вывод о невозможности объяснения результатов эксперимента за счет передачи момента импульса волны полуволновой пластинке.

Ошибочность этого утверждения заключается в том, что в общем случае плотность импульса электромагнитного поля *в однородной среде* определяется выражением:

$$\vec{G} = \frac{1}{4\pi c} [\vec{D}, \vec{B}].$$

В эксперименте Бета свет пропускаться через полуволновую пластинку с анизотропными свойствами, поэтому плотность импульса электромагнитного поля в каждой точке пластинки не пропорциональна векторному произведению $[\vec{E}, \vec{H}]$, и как следствие в общем случае отличается от нуля. Этот факт используется и в оригинальной работе Бета (1936 год), где вычисление плотности крутящего момента, действующего на пластинку, производится на основании выражения:

$$\vec{l} = \frac{1}{4\pi c} [\vec{D}, \vec{E}],$$

которое тождественно обращается в ноль в вакууме и в случае *изотропной среды*.

Более подробно изучить этот вопрос автор статьи может обратившись к учебнику классического курса электродинамики: Schwinger J. Et. Al. Classical Electrodynamics. Advanced book program (Avalon Publishing), 1998.

2. Автор использует специфическую терминологию, отличающуюся от общепринятой в научной литературе и затрудняющую понимание текста статьи.

В рецензируемой статье автор вводит понятие «спин луча круговой поляризации». Напоминаем, что спин – существенно квантовая характеристика материи не имеющая точного классического аналога. Посему набор слов типа

«...спин луча не связан с поверхностью луча...» или «...спин определить тензорной плотностью спина...» и т.д. скорее всего не имеет никакого физического смысла. Более того о каком луче идет речь – понятие из геометрической оптики, но он не имеет поперечных размеров, что такое его поверхность?

В лагранжевом подходе к теории поля спин совместно с моментом импульса является сохраняющейся величиной – следствие инвариантности теории относительно Лоренцевых поворотов. Тензор энергии-импульса (или вектор Умова-Пойнтинга) – также сохраняющаяся величина, относительно преобразований группы трансляций. В лагранжевом подходе эти две величины выражаются через потенциал электромагнитного поля, что вполне естественно, но выражать одну величину через другую – это не более чем жонглирование формулами.

Утверждение на стр.2 после формулы (3) о том что «спин описывается тензором спина, смысл которого заключается в том, что 4-объем содержит спиновый момент импульса» следует отнести к разряду несуразности.

Утверждение перед формулой (24) – «поток спина, то есть момент силы...» – не подлежит комментарию, поскольку смешивать чисто квантовую характеристику с моментом силы просто недопустимо.

По моему мнению представленные материалы свидетельствуют о смешении понятий из разных областей и никакой связи с физическими явлениями по измерению момента импульса света в опытах Бета не имеют.

3. Статья изобилует цитатами, оторванными от контекста, из которых невозможно понять в какой именно физической ситуации относится описание. Многие из цитат приведены в текстовом виде на языке оригинала, без какого либо перевода, что не соответствует общепринятой стилистике представления современной научной информации.

В целом, представленная на рецензию работа **имеет неустранимые ошибки и не обладает научной и/или методической значимостью**. Принимая во внимание указанные недостатки, **не рекомендую** работу «Потоки энергии и спина в опыте Бета» к опубликованию в журнале «Успехи физических наук».