Спин не есть момент импульса

Р. И. Храпко*
Московский авиационный институт, Москва, 125993

Современное представление о том, что спин электромагнитного излучения есть момент линейного импульса этого излучения, выглядит ошибочным. Такое представление базируется, в частности, на равенстве момента импульса и интеграла от компоненты канонического тензора спина. Это равенство приведено, в частности, в классических монографиях Джексона и Бекера для случая излучения локализованного излучателя. Однако в настоящей статье показано, что это равенство не верно: интеграл от тензора спина вдвое меньше момента импульса излучения вращающегося диполя. Кроме того, момент импульса и спин, представляемый тензором спина, разделены пространственно. Таким образом, момент импульса и спин являются различными физическими величинами, а процедура Белинфате-Розенфельда, лишившая электродинамику спина, является излишней. Предлагается подсчитывать спин отдельно от момента импульса, используя тензор спина, введенный в электродинамику ранее.
PACS numbers: 75.10.Hk; 41.20.Jb
Ключевые слова: Тензор спина; процедура Белинфате-Розенфельда

1. Введение

Согласно современной электродинамике (Максвелла), спин электромагнитного излучения является моментом линейного импульса этого излучения [1] или его частью. Такое утверждение обычно иллюстрируется с помощью луча круговой поляризации [2] или электромагнитного излучения, исходящего из ограниченного района пространства, [3, problem 7.27], [4, p. 320]. Обосновывается такое утверждение так называемым преобразованием Гамблета [5]. Именно, момент импульса $\mathbf{J}$ отрезка такого луча преобразуется к интегралу от величины $\mathbf{E}\times\mathbf{A}$, которая интерпретируется как плотность спина электромагнетизма:

$$\mathbf{J} = \varepsilon_0\int \mathbf{r}\times(\mathbf{E}\times\mathbf{B})dV = \varepsilon_0\int E^i(\mathbf{r}\times\nabla)A_i dV + \varepsilon_0\int \mathbf{E}\times\mathbf{A}dV\,. \tag{1.1}$$

Это преобразование предполагает интегрирование по частям и презентуется в качестве разложения момента импульса $\mathbf{J}$ на орбитальную и спиновую составляющие, хотя первое слагаемое справа (выдаваемое за орбитальную составляющую) очевидно равно нулю [6] для симметричного луча, например, для луча с плоской вершиной [3, problem 7.28]

$$\mathbf{E} = \exp(ikz - i\omega t)[\mathbf{x} + i\mathbf{y} + \frac{\mathbf{z}}{k}(i\partial_x - \partial_y)]E_0(x,y)\,, \quad \mathbf{B} = -i\mathbf{E}/c\,. \tag{1.2}$$

Однако, на наш взгляд, рассматривать величину $\mathbf{E}\times\mathbf{A}$ как плотность спина электромагнетизма весьма нелогично, потому что в рамках современной электродинамики тензор спина отсутствует вообще, он равен нулю. Физики специально этого добились, применив к каноническим тензорам энергии-импульса и спина,

$$\underset{c}{T}{}^{\lambda\mu} = -\partial^\lambda A_\alpha F^{\mu\alpha} + g^{\lambda\mu}F_{\alpha\beta}F^{\alpha\beta}/4\,, \quad \underset{c}{\Upsilon}{}^{\lambda\mu\nu} = -2A^{[\lambda}F^{\mu]\nu}\,, \tag{1.3}$$

процедуру Белинфанте-Розенфельда. Такая процедура элиминирует канонический тензор спина электродинамики [6-8], в том числе его временную компоненту, которая как раз и равнялась величине $\varepsilon_0\mathbf{E}\times\mathbf{A}$ [6]:

$$\underset{c}{\Upsilon}{}^{ijt} = 2\varepsilon_0 E^{[i}A^{j]}\,. \tag{1.4}$$

* Email: khrapko_ri@hotmail.com, http://khrapkori.wmsite.ru

(Этот факт даёт основание предполагать, что величина $\varepsilon_0 \mathbf{E}\times\mathbf{A}$ все же имеет какое-то отношение к реальному спину электромагнитного излучения).

С другой стороны, существует серьёзное геометрическое возражение против отождествления плотности момента линейного импульса $\varepsilon_0 \mathbf{r}\times(\mathbf{E}\times\mathbf{B})$ с величиной $\varepsilon_0 \mathbf{E}\times\mathbf{A}$, несмотря на равенство интегралов (1.1). Дело в том, что $\mathbf{r}\times(\mathbf{E}\times\mathbf{B})$ локализован на поверхности луча. Там протекает циркулирующий поток массы-энергии электромагнитного поля [2]. В отличие от этого, величина $\mathbf{E}\times\mathbf{A}$ распределена по самому телу луча. Поэтому в работе [6] сделан вывод, что интегрирование величины $\mathbf{E}\times\mathbf{A}$ является просто способом вычисления момента импульса поверхностного потока массы-энергии, который очевидно является орбитальным моментом импульса

$$\mathbf{L} = \varepsilon_0 \int \mathbf{r}\times(\mathbf{E}\times\mathbf{B})dV . \tag{1.5}$$

Тем не менее, Оганян [2] настаивает, что этот момент импульса и есть спин волны.

В качестве другой иллюстрации орбитальной природы электромагнитного спина используется излучение в пространство от источников, локализованных в ограниченном районе [3, problem 7.27], [4, V. 2, p. 320]. К такому излучению применяют то же преобразование (1.1) с интегрированием по частям, и получают то же равенство

$$\int \mathbf{r}\times(\mathbf{E}\times\mathbf{B})dV = \int \mathbf{E}\times\mathbf{A}dV , \tag{1.6}$$

которое используется как доказательство тождества момента линейного импульса со спином.

Тут однако оказывается, что равенство (1.6) не верно для такого излучения. Вывод этого равенства содержит математическую ошибку, поскольку интегрирование по частям нельзя применять в случае излучения в пространство столь же успешно, как в случае луча. Представленное в разделе 5 этой статьи прямое вычисление для излучения диполя, вращающегося (в плоскости x-y), даёт соотношение

$$\int \mathbf{r}\times(\mathbf{E}\times\mathbf{B})dV = 2\int \mathbf{E}\times\mathbf{A}dV . \tag{1.7}$$

Чего-то подобного следовало ожидать, если подынтегральному выражению, $\mathbf{E}\times\mathbf{A}$, приписывать смысл плотности спина, поскольку при излучении в пространство фотоны летят в разные стороны, и спины их не направлены параллельно друг другу, как в луче. Так что суммарный спин при том же моменте импульса оказывается тут вдвое меньше, чем в луче.

К этому надо добавить, что, как и в случае луча, величины $\mathbf{r}\times(\mathbf{E}\times\mathbf{B})$ и $\mathbf{E}\times\mathbf{A}$ разделены пространственно. Момент импульса $\varepsilon_0 \mathbf{r}\times(\mathbf{E}\times\mathbf{B})$ излучается в основном в окрестности плоскости вращения диполя, а величина $\varepsilon_0 \mathbf{E}\times\mathbf{A}$ излучается в окрестности оси вращения диполя, где излучение имеет круговую или эллиптическую поляризацию [9,10].

Имеется ещё одно существенное обстоятельство, препятствующее интерпретации интеграла $\varepsilon_0 \int \mathbf{r}\times(\mathbf{E}\times\mathbf{B})dV$ как спина излучения. В электромагнитном излучении вектора $\mathbf{E}$ и $\mathbf{B}$ перпендикулярны направлению распространения излучения. Поэтому $\mathbf{r}\times(\mathbf{E}\times\mathbf{B}) = 0$ для любого излучения. Поэтому момент импульса $\varepsilon_0 \int \mathbf{r}\times(\mathbf{E}\times\mathbf{B})dV$ вычисляют с привлечением не волнового поля, пропорционального $1/r^2$. Это указывает на не волновую природу момента импульса, в то время как спин является атрибутом именно излучения и должен вычисляться только с использованием полей, пропорциональных $1/r$. Защищая спиновую природу момента импульса, Гайтлер ссылается по поводу этой трудности на некий "тонкий интерференционный эффект" [1]. Однако такое объяснение представляется неубедительным.

Решение проблемы классического спина электромагнитного излучения заключается, по нашему мнению, в следующем. Необходимо дополнить стандартную электродинамику (Максвелла) тензором спина

$$\Upsilon^{\lambda\mu\nu} = A^{[\lambda}\partial^{|\nu|}A^{\mu]} + \Pi^{[\lambda}\partial^{|\nu|}\Pi^{\mu]} , \tag{1.8}$$

где A^{λ} и Π^{λ} суть магнитный и электрический векторные потенциалы, удовлетворяющие $2\partial_{[\mu}A_{\nu]} = F_{\mu\nu}$, $2\partial_{[\mu}\Pi_{\nu]} = -e_{\mu\nu\alpha\beta}F^{\alpha\beta}$, и согласиться, что $\varepsilon_0\mathbf{r}\times(\mathbf{E}\times\mathbf{B})$ представляет момент импульса, который имеет орбитальный характер и не представляет спин электромагнитного излучения [6-12].

Два слагаемых выражения (1.8) оказываются равны между собой в волновой зоне поля излучения вращающегося диполя. Поэтому в настоящей статье мы рассматриваем тензор спина в виде

$$\Upsilon^{\lambda\mu\nu} = 2A^{[\lambda}\partial^{|\nu|}A^{\mu]}. \tag{1.9}$$

И вот тут обнаруживается, что временная компонента тензора спина (1.9) совпадает с временной компонентой (1.4) в целом неверного канонического тензора спина, уничтоженного процедурой Белинфанте-Розенфельда:

$$\Upsilon^{ijt} = 2A^{[i}\partial^{|t|}A^{j]} = \varepsilon_0\mathbf{E}\times\mathbf{A} = \underset{c}{\Upsilon}^{ijt}. \tag{1.10}$$

Мы будем использовать $\varepsilon_0\mathbf{E}\times\mathbf{A}$ в качестве плотности спина в разделе 5.

2. Схема вычислений

Существуют два метода вычисления потоков энергии, момента импульса и спина электромагнитного излучения. Эти методы, конечно, дают одинаковые результаты.

1. Объемная плотность (массы-энергии или момента импульса) интегрируется по тонкому сферическому слою (толщиной dr), окружающему источник излучения, а потом делится на dt, при условии, что $dr/dt = c$. Так получаются формулы для мощности излучения и момента силы

$$P = \int T^{tt}da_i dr^i / dt, \quad \tau^{ij} = \int 2r^{[i}T^{j]t}da_k dr^k / dt, \tag{2.1}$$

в которых использованы компоненты тензора энергии-импульса Максвелла, объемная плотность массы-энергии, T^{tt}, и объемная плотность импульса, T^{jt}, равная вектору Пойнтинга, T^{tj}, из-за симметрии тензора Максвелла,

$$T^{tt} = \varepsilon_0 E^2/2 + \mu_0 B^2/2, \quad T^{jt} = T^{tj} = \varepsilon_0\mathbf{E}\times\mathbf{B}. \tag{2.2}$$

2. Более естественно, однако, интегрировать потоковые компоненты тензора Максвелла по поверхности, окружающей источник:

$$P = \int T^{ti}da_i, \quad \tau^{ij} = \int 2r^{[i}T^{j]k}da_k, \tag{2.3}$$

здесь T^{jk} есть максвелловский тензор механических напряжений.

Те же два способа применимы для вычисления излученного спина:

$$\underset{s}{\tau}^{ij} = \int \Upsilon^{ijt}da_k dr^k / dt, \tag{2.4}$$

$$\underset{s}{\tau}^{ij} = \int \Upsilon^{ijk}da_k, \tag{2.5}$$

где $\Upsilon^{\lambda\mu\nu}$ есть тензор спина.

Мы показываем прямым подсчетом, что в поле излучения вращающегося диполя отношение мощности к потоку момента импульса,

$$P/\tau = \omega, \tag{2.6}$$

отличается от отношения мощности к потоку спина,

$$P/\underset{s}{\tau} = 2\omega, \tag{2.7}$$

в согласии с формулой (1.7), а потому момент импульса не является спином. Существенно, что для фотонов круговой поляризации, летящих вдоль оси вращения диполя $(\theta = 0)$, отношение мощности к потоку спина такое же, как отношение энергии к спину для отдельного фотона, а не вдвое больше, как дают формулы (1.7), (2.7) [9,10]:

$$\left\lfloor P/\underset{s}{\tau}\right\rfloor_{\theta=0} = \hbar\omega/\hbar = \omega, \tag{2.8}$$

При вычислениях будут использоваться комплексные выражения электромагнитных полей [3, (9.18)], [4, V.1, p.284], [13, p.36], [14, с.313]

$$\mathbf{E} = \left[\frac{\omega^2(\mathbf{p}r^2 - (\mathbf{pr})\mathbf{r})}{4\pi\varepsilon_0 c^2 r^3} + \frac{i\omega(\mathbf{p}r^2 - 3(\mathbf{pr})\mathbf{r}}{4\pi\varepsilon_0 c r^4} - \frac{(\mathbf{p}r^2 - 3(\mathbf{pr})\mathbf{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^5}\right]\exp(ikz - i\omega t) \qquad (2.9)$$

$$\mathbf{H} = \left[\frac{\omega^2 \mathbf{r}\times\mathbf{p}}{4\pi c r^2} + \frac{i\omega \mathbf{r}\times\mathbf{p}}{4\pi r^3}\right]\exp(ikz - i\omega t) \qquad (2.10)$$

Вычисление мощности P методом (2.3) выполнено в [13, p.39] с ошибкой. Мы приводим это вычисление, исправив ошибку, в разделе 3. Вычисление потока момента импульса τ^{xy} методом (2.1) выполнено в [13, p.41] также с ошибкой. Мы приводим это вычисление, исправив ошибку, в разделе 4. Вычисление потока спина $\underset{s}{\tau}^{ij}$ методом (2.4) выполнено в разделе 5.

3. Вычисление мощности излучения по методу (2.3)

Интегрируем вектор Пойнтинга T^{ti} из (2.2) по сферической поверхности радиуса r:

$$P = \int T^{ti} da_i = \Re\int \varepsilon_0\mu_0(\mathbf{E}\times\overline{\mathbf{H}})\mathbf{r} r d\Omega/2 = \Re\int \mathbf{E}(\overline{\mathbf{H}}\times\mathbf{r}) r d\Omega/2c^2 , \qquad (3.1)$$

$d\Omega = \sin\theta d\theta d\varphi$, черта означает комплексное сопряжение. Используем поля, пропорциональные $1/r$ из (2.9), (2.10):

$$P = \int \frac{\omega^4 \,|\,\mathbf{p}r^2 - (\mathbf{pr})\mathbf{r}\,|^2}{32\pi^2 c^5 \varepsilon_0 r^4} d\Omega . \qquad (3.2)$$

Это выражение совпадает с формулой (2.71) из [13]. Используем декартовы компоненты единичного диполя, вращающегося в x-y-плоскости,

$$p_x = \exp(-i\omega t),\ p_y = i\exp(-i\omega t) . \qquad (3.3)$$

Получаем

$$\begin{aligned}&[\mathbf{p}r^2 - (\mathbf{pr})\mathbf{r}]\cdot[\overline{\mathbf{p}}r^2 - (\overline{\mathbf{p}}\mathbf{r})\mathbf{r}]/r^4 = \mathbf{p}\overline{\mathbf{p}} - (\mathbf{pr})(\overline{\mathbf{p}}\mathbf{r})/r^2 = \\ &= p_x\overline{p}_x + p_y\overline{p}_y - (x+iy)(x-iy)/r^2 = 2 - \sin^2\theta = 1 + \cos^2\theta.\end{aligned} \qquad (3.4)$$

Таким образом,

$$P = \int \frac{\omega^4 (1+\cos^2\theta)\sin\theta}{32\pi^2 c^5 \varepsilon_0} d\theta d\varphi . \qquad (3.5)$$

Этот результат получен также в качестве решения задачи 1 из [15, § 67], однако формула (2.73) из [13] необъяснимо даёт вдвое меньшую величину

$$dP = \frac{\omega^4(1+\cos^2\theta)}{64\pi^2 c^5 \varepsilon_0} d\Omega .$$

Итак, мощность излучения массы-энергии вращающегося диполя равна

$$P = \frac{\omega^4}{6\pi c^5 \varepsilon_0}[\text{кг/сек}] \qquad (3.6)$$

и вдвое превышает результат [13, (2.74)]

4. Вычисление потока момента импульса методом (2.1)

Интегрируем момент объемной плотности импульса по шаровому слою

$$\tau^{ij} = \int 2r^{[i}T^{j]t} da_k dr^k / dt = \Re\int \varepsilon_0\mu_0 \mathbf{r}\times(\mathbf{E}\times\overline{\mathbf{H}}) r^2 c d\Omega/2 = \Re\int [\mathbf{E}(\mathbf{r}\overline{\mathbf{H}}) - (\mathbf{rE})\overline{\mathbf{H}}] r^2 d\Omega/2c . \quad (4.1)$$

Первое слагаемое справа равно нулю, а второе требует использования в качестве $\mathbf{E}$ поля, пропорционального $1/r^2$

$$\tau^{ij} = \Re\int \mathbf{r}\frac{i\omega(-\mathbf{p}r^2 + 3(\mathbf{pr})\mathbf{r}}{4\pi\varepsilon_0 c r^4}\overline{\mathbf{H}} r^2 d\Omega/2c = \Re\int \frac{i\omega 2(\mathbf{rp})}{4\pi\varepsilon_0 c r^2}\frac{\omega^2 \mathbf{r}\times\overline{\mathbf{p}}}{4\pi c^2} d\Omega/2 = \Re\int \frac{i\omega^3(\mathbf{rp})\mathbf{r}\times\overline{\mathbf{p}}}{16\pi^2\varepsilon_0 c^3 r^2} d\Omega . \quad (4.2)$$

Это выражение совпадает с формулой (2.78) из [13]. Проведём дальнейшие преобразования τ^{xy}, учитывая (3.3):

$$[(\mathbf{rp})\mathbf{r}\times\overline{\mathbf{p}}]/r^2 = [(xp_x + yp_y)(x\overline{p}_y - y\overline{p}_x)]/r^2 = -i(x^2+y^2)/r^2 = -i\sin^2\theta\,. \qquad (4.3)$$

Поскольку $\int_0^\pi \sin^3\theta d\theta = 4/3$, момент силы, исходящий от излучателя равен

$$\tau^{xy} = \frac{\omega^3}{16\pi^2\varepsilon_0 c^3}\int \sin^3\theta d\theta d\varphi = \frac{\omega^3}{6\pi\varepsilon_0 c^3} \text{ [Н м].} \qquad (4.4)$$

Вопреки этому, необъяснимым образом, формула (2.80) из [13] даёт вдвое меньшую величину: $\tau_z = \omega^3/12\pi^2\varepsilon_0 c^3$. Однако, так или иначе, отношение потока энергии к потоку момента импульса равно частоте (2.6)

$$c^2 P/\tau = \omega\,. \qquad (4.5)$$

5. Вычисление потока спина методом (2.4)

Интегрируем объёмную плотность спина (1.10), $\Upsilon^{ijt} = \varepsilon_0\mathbf{E}\times\mathbf{A}$, которая одинакова для канонического тензора спина и для нашего тензора спина, по шаровому слою:

$$\tau_s^{xy} = \Re\int \varepsilon_0 E_{[x}\overline{A}_{y]} r^2 d\Omega dr/dt = \Re\int i\varepsilon_0 E_{[x}\overline{E}_{y]} r^2 c d\Omega/\omega\,. \qquad (5.1)$$

Используем поле $\mathbf{E}$ из (2.9), пропорциональное $1/r$, и учитываем (3.3):

$$E_{[x}\overline{E}_{y]}r^2 = (E_x\overline{E}_y - E_y\overline{E}_x)r^2/2 =$$

$$= \frac{\omega^4}{32\pi^2\varepsilon_0^2 c^4 r^4}\{[r^2-(x+iy)x][-ir^2-(x-iy)y]-[ir^2-(x+iy)y][r^2-(x-iy)x]\} = \qquad (5.2)$$

$$= \frac{-i\omega^4}{16\pi^2\varepsilon_0^2 c^4}\left(1-\frac{x^2+y^2}{r^2}\right) = \frac{-i\omega^4}{16\pi^2\varepsilon_0^2 c^4}(1-\sin^2\theta) = \frac{-i\omega^4}{16\pi^2\varepsilon_0^2 c^4}\cos^2\theta.$$

Поскольку $\int_0^\pi \cos^2\theta\sin\theta d\theta = 2/3$, излучаемый поток спина равен

$$\tau_s^{xy} = \frac{\omega^3}{12\pi\varepsilon_0 c^3} \text{ [Н м].} \qquad (5.3)$$

Как и было обещано, это вдвое меньше потока момента линейного импульса (4.4).

Ранее результат (5.3) был получен по методу (2.5) с использованием пространственной компоненты тензора спина в сферических координатах в статьях [9,10]. В этих статьях также было указано на ошибки в монографии [13].

6. Заключение, замечания и благодарности.

В статье подчеркивается раздельное существование спина и момента линейного импульса в качестве двух различных физических величин. Эта концепция восходит к лагранжевому формализму с теоремой Нётер, в котором раздельно возникают канонические тензоры энергии-импульса и спина. К сожалению, понятие тензора спина было вычеркнуто из электродинамики всеобщим принятием процедуры Белинфанте-Розенфельда.

В настоящей статье используется тензор спина, введенный в электродинамику ранее [6-12] вопреки процедуре Белинфанте-Розенфельда. Именно, приводится подсчет пространственного распределения спина, излучаемого вращающимся электрическим диполем.

Статьи, содержащие концепцию спина (1.8), направлялись во все научные журналы мира, начиная с Писем ЖЭТФ 14 мая 1998 года и ТМФ 29 апреля 1999 года, но были отклонены многие сотни раз с недобросовестными рецензиями или без рецензий (впрочем, были и положительные рецензии, см http://khrapkori.wmsite.ru/).

Я глубоко благодарен профессору Роберту Ромеру за отважную публикацию моего вопроса [16] (вопрос был направлен в редакцию 07.10.1999) и профессору Тимо Ниеминену за содержательные дискуссии (Newsgroups: sci.physics.electromag).

Литература

1. В. Гайтлер, Квантовая теория излучения. – М.: ИЛ, 1956.- 451с.
2. H. C. Ohanian, "What is spin?" Amer. J. Phys. 54, 500-505 (1986).
3. J. D. Jackson, Classical Electrodynamics, (John Wiley, 1999).
4. R. Becker, Electromagnetic Fields and Interactions, V.1, V. 2, (NY, Dover, 1982)
5. J. Humblet, Physica, 10, 585 (1943)
6. R. I. Khrapko, "Mechanical stresses produced by a light beam", J. Modern Optics **55**, 1487-1500 (2008)
7. R. I. Khrapko. "Violation of the gauge equivalence", physics/0105031
8. Р. И. Храпко, «Спин классической электродинамики». Вестник Российского университета дружбы народов, Серия Физика. – 2002, № 10(1).- с.40-48
9. R.I.Khrapko. Radiation of spin by a rotator. http://www.ma.utexas.edu/cgi-bin/mps?key=03-315
10. Р. И. Храпко Спиновый момент импульса дипольного излучения.http://www.mai.ru/science/trudy/articles/num6/article3/auther.htm
11. Р. И. Храпко «Истинные тензоры энергии-импульса и спина среды однозначны». *X Российская гравитационная конференция*, Владимир. 1999: Тез. докл. - Москва, 1999. - с.47.
12. R.I. Khrapko. True energy-momentum tensors are unique. Electrodynamics spin tensor is not zero. - physics/0102084
13. A. Corney, Atomic and Laser Spectroscopy (Oxford University Press, 1977).
14. Д. В. Сивухин, Общий курс физики, том 3, часть 2 (М.: Наука, 1996)
15. Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшиц, Теория поля (М.: Наука, 1973)
16. R. I. Khrapko, Does plane wave not carry a spin? Amer. J. of Physics. **69**, p.405 (2001)

Spin is not a moment of momentum

R. I. Khrapko

The modern idea that spin of an electromagnetic radiation is a moment of a linear momentum seems to be incorrect. The idea is founded, particularly, on the equality between the moment of momentum and the integral of a component of the canonical spin tensor. The equality is presented in the classical monographs of Jackson and Becker for the case of a radiation produced by a source localized in a finite region of space. However, we show in this paper that this equality is inaccurate: the integral of the spin tensor is a half of the moment of momentum for the radiation of a rotating electric dipole. Besides, the moment of momentum and the spin, represented by the spin tensor, is spatially separated. Thus, moment of momentum and spin are different physical notions, and the Belinfante-Rosenfeld procedure, which deprived the electrodynamics of spin, is needless. We use a spin tensor introduced into the electrodynamics previously and calculate spin separately from moment of momentum.